

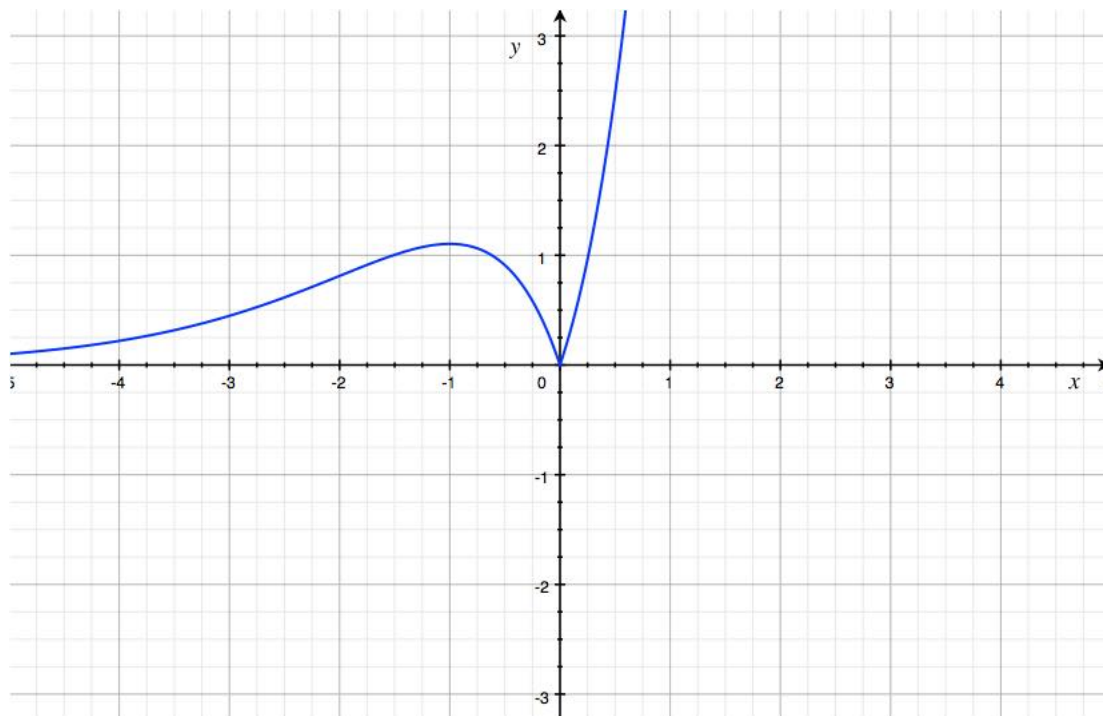
ОП «Коммуникации, основанные на данных», 2018-2019

Основы ПМИИ

Тренировочные задания по курсу «Основы ПМИИ» (14 октября 2018 г.)

А. А. Тамбовцева

Задача 1. Дан график функции $f(x)$ на участке $[-4, 4]$.



Найдите (примерно) значение функции $f(x)$ в следующих точках: $x = -3$, $x = 0$, $x = 0.5$.

Задача 2. Запишите область определения и область значений следующих функций:

(a) $f(x) = 2x^2$

(b) $f(x) = \frac{3}{3-x}$

(c) $f(x) = e^{-x}$.

Задача 3. По опыту многолетних социально-демографических наблюдений в некоторой стране известно, что для мужчины вероятность дожить до 40 лет составляет 0.62. Вероятность того, что мужчина доживет до 60 лет, равна 0.45. Чему равна вероятность того, что мужчина в этом социуме доживет до 60 лет, если известно, что он уже дожил до 40 лет?

Задача 4. Крупная сеть кофеен имеет свои рестораны, расположенные в различных частях города, – «Деловой Сити», «Спальные районы», «Вокзалы и Аэропорты». На «Деловой Сити» приходится 40% всех кофеен, на «Спальные районы» – 50%, остальные кофейни приходятся на «Вокзалы и Аэропорты». Вероятность того, что посетитель станет их постоянным клиентом, оценивается для трех типов кофеен как 0.5, 0.7, 0.3 соответственно. Чему равен процент постоянных клиентов этой сети кофеен?

Задача 5. В магазин хрустальной посуды посуды один и тот же ассортимент поставляют 2 фирмы. Первая поставляет 65%, а вторая – 35% продукции. Вероятность дефекта (сколы, царапины и прочие повреждения) у первого поставщика – 0.1, у второго – 0.05. Покупатель купил товар и обнаружил, что он бракованный. Какова вероятность того, что этот товар первого поставщика?
1

Задача 6. Ряд распределения дискретной случайной величины X выглядит следующим образом:

¹Задачи 3-5 – источник: Макаров А.А. Пашкевич А.В. Задачник по теории вероятностей для студентов социально-гуманитарных специальностей. -М.: - МНЦМО, 2015.

X	-1	1	2
p	0.6	0.2	

- (a) Найдите математическое ожидание случайной величины X .
- (b) Найдите стандартное отклонение случайной величины X .
- (c) Найдите $P(X \leq 1.5)$.

Задача 7. Посчитайте следующие биномиальные коэффициенты:

- (a) C_5^3
- (b) C_{10}^6

Задача 8. Известно, что случайные величины X и Y независимы. $E(X) = 3$, $E(Y) = 7$, $D(X) = 4$, $D(Y) = 9$. Дана случайная величина $U = 5X - 2Y + 3$.

- (a) Найдите математическое ожидание случайной величины U .
- (b) Найдите дисперсию случайной величины U .

Задача 9. Герой романа Франца Кафки К. ходит по городу и спрашивает прохожих, каким образом он может попасть в замок. Вероятность того, что прохожий даст понятный ответ, равна 0.1. За день К. успевает опросить 50 прохожих.

- (a) Какое среднее число понятных ответов он может получить?
- (b) Найдите дисперсию числа понятных ответов, полученных за день.

Задача 10. Таблица совместного распределения дискретных случайных величин X и Y выглядит следующим образом:

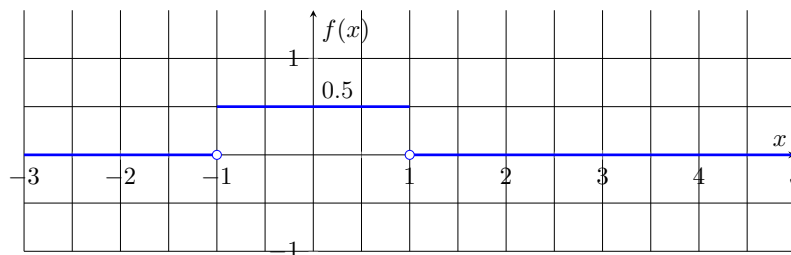
$X \setminus Y$	-1	2	4
0	0.10	0.25	0.15
3	0.15		0.18

- (a) Запишите маргинальные распределения случайных величин X и Y .
- (b) Проверьте, являются ли случайные величины X и Y независимыми.

Задача 11. Известно, что ковариация между дискретными случайными величинами X и Y равна 5. Дисперсия случайной величины X равна 4, дисперсия случайной величины Y равна 16.

- (a) Найдите корреляцию между случайными величинами X и Y .
- (b) Проинтерпретируйте связь между величинами X и Y : укажите направление связи и силу связи.

Задача 12. График функции $f(x)$ выглядит следующим образом:



Может ли функция $f(x)$ быть функцией плотности вероятности? Почему?

Задача 13. В рамках исследования, посвященного политическим режимам, необходимо сравнить уровень коррупции в демократических и авторитарных странах. Для этого группа исследователей взяла две выборки и сравнила среднее значение индекса контроля коррупции в демократических и авторитарных странах. Известно следующее:

государства	объем выборки	выборочное среднее	выборочное стандартное отклонение
демократии	25	2	0.15
автократии	17	1.1	0.1

Проверьте на 5%-ном уровне значимости гипотезу о равенстве средних значений индекса контроля в демократических и авторитарных странах, если известно, что значения индекса в двух группах стран распределены нормально, и дисперсии значений индекса в двух группах стран равны (считайте альтернативную гипотезу двусторонней).

- (а) Укажите нулевую и альтернативные гипотезы.
 (б) p -value оказалось равным $2.2e-16$. Используя полученное значение, сделайте статистический и содержательный выводы.

Задача 14. В таблице представлены значения явки на выборах депутатов Государственной Думы 18 сентября 2016 года по некоторым районам Москвы²:

Район	Явка (в %)	Район	Явка (в %)
Алексеевский	38.19	Измайлово	35.79
Арбат	44.2	Красносельский	40.2
Аэропорт	37.31	Мещанский	38.49
Басманный	37.58	Сокольники	41.47
Беговой	35.75	Тверской	41.1
Вешняки	36.62	Текстильщики	35.24
Восточный	46.16	Царицыно	32.71
Гагаринский	37.65	Черёмушки	32.69
Даниловский	35.02	Щукино	39.16
Зюзино	32.41	Якиманка	38.42

Взяв в качестве стартового значения 32%, постройте гистограмму для значений явки на выборах депутатов Государственной Думы, приняв шаг гистограммы (интервал группировки): а) равным 1; б) равным 2; в) равным 4. Какая гистограмма кажется вам наиболее информативной?

²Явка посчитана на основе данных Центральной избирательной комиссии Российской Федерации.
<http://www.vybory.izbirkom.ru/region/izbirkom>.