



НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ

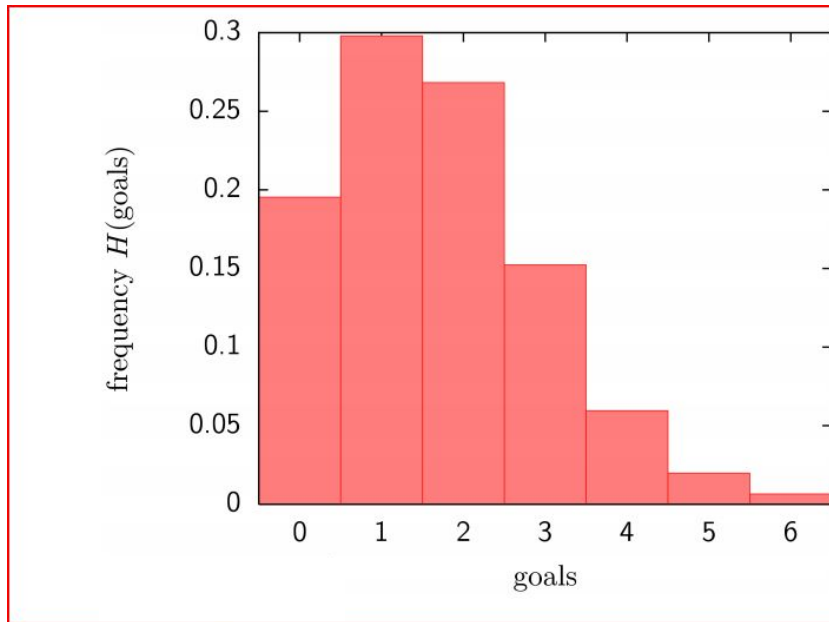
Ставки на футбольные матчи. Прогнозирование исходов матчей.

Семинар «Экономика футбола»

Какурин Никита

- **Возможность предсказать исход футбольного матча**
- **Эффективность рынка ставок**
- **Возможность игры против букмекера**

- **От чего зависит исход матча?**
- **Каким образом это можно смоделировать?**
- **Какого распределение голов в матче?**
- **От чего оно зависит?**



- Предположим, что «способность забить гол» каждой команды в определенном матче неизменна в течение времени.
- Тогда мы можем сказать, что количество голов распределено согласно Пуассоновскому распределению.

$$p_n(k) = \frac{n!}{(n-k)!k!} p^k (1-p)^{n-k} \rightarrow e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!}.$$

Где k – количество голов, λ – способность забить гол (среднее количество голов за матч).

■ Необходима независимость количества забитых голов принимающей и гостевой команды.

TABLE 1
Empirical estimates of each score probability for joint and marginal probability functions†

Home goals	Estimates of score probabilities (%) for the following numbers of away goals:					
	Away	0	1	2	3	4
0	22.1 (0.36)	33.4 (0.74)	36.4 (0.57)	19.5 (0.49)	7.9 (0.42)	2.1 (0.16)
1	33.0 (0.65)	8.2 (0.32)	7.4 (0.28)	4.5 (0.23)	1.4 (0.13)	0.4 (0.06)
2	24.5 (0.51)	10.3 (0.38)	12.7 (0.30)	6.4 (0.24)	2.7 (0.15)	0.6 (0.07)
3	12.6 (0.40)	8.2 (0.31)	9.1 (0.25)	4.8 (0.22)	1.9 (0.14)	0.5 (0.09)
4	5.3 (0.31)	4.2 (0.25)	4.5 (0.25)	2.3 (0.19)	1.2 (0.11)	0.4 (0.06)
4	5.3 (0.31)	1.6 (0.14)	1.8 (0.13)	1.1 (0.13)	0.6 (0.07)	0.1 (0.04)

†Standard errors are given in parentheses.

TABLE 2
Estimates of the ratios of the observed joint probability function and the empirical probability function obtained under the assumption of independence between the home and away scores†

Home goals	Estimates of ratios for the following numbers of away goals:					
	0	1	2	3	4	5
0	111.5 (3.52)	92.0 (2.87)	103.4 (4.18)	82.1 (7.67)	96.4 (15.31)	96.8 (28.12)
1	93.7 (2.43)	105.7 (2.00)	99.3 (3.74)	103.7 (6.31)	86.9 (13.15)	108.3 (19.99)
2	99.6 (2.91)	101.7 (2.11)	99.2 (3.78)	97.4 (7.41)	95.9 (17.4)	106.7 (23.77)
3	100.3 (4.25)	98.5 (3.61)	91.8 (6.51)	116.6 (11.03)	139.8 (23.85)	75.4 (40.5)
4	91.0 (7.07)	93.8 (7.16)	108.6 (10.74)	138.0 (16.31)	111.7 (32.86)	90.4 (55.33)
5	94.1 (13.24)	102.3 (12.28)	114.3 (20.6)	73.3 (31.01)	120.8 (74.71)	130.4 (129.7)
6	139.1 (31.95)	49.1 (23.66)	146.4 (41.33)	45.3 (57.84)	174.1 (122.2)	—

†The numbers are multiplied by 100 for clarity. Standard errors are given in parentheses.

Гипотеза выполняется
если

$$\frac{\tilde{f}(i, j)}{\tilde{f}_H(i)\tilde{f}_A(j)} = 1.$$

- **Модель должна учитывать различные способности обеих команд в матче.**
- **Необходимо учитывать «преимущество своего поля».**
- **Наиболее убедительное измерение силы команды должно быть основано на недавних выступлениях команды.**
- **Для определения силы команды необходимо учитывать способность забивать голы и обороняться.**
- **Необходимо учитывать специфику соперника команды по тем же критериям оценки.**

- Модель должна учитывать различные способности обеих команд в матче.

$$X_{i,j} \sim \text{Poisson}(\alpha_i \beta_j \gamma),$$

$\alpha_i, \beta_i > 0$ - Способности команд забивать и обороняться соответственно.

$$Y_{i,j} \sim \text{Poisson}(\alpha_j \beta_i),$$

$\gamma > 0$ - Преимущество «домашних стен»

$$\Pr(X_{i,j} = x, Y_{i,j} = y) = \tau_{\lambda, \mu}(x, y) \frac{\lambda^x \exp(-\lambda)}{x!} \frac{\mu^y \exp(-\mu)}{y!}$$

Где $\lambda = \alpha_i \beta_j \gamma,$

$\mu = \alpha_j \beta_i$

$$\tau_{\lambda, \mu}(x, y) = \begin{cases} 1 - \lambda\mu\rho & \text{if } x = y = 0, \\ 1 + \lambda\rho & \text{if } x = 0, y = 1, \\ 1 + \mu\rho & \text{if } x = 1, y = 0, \\ 1 - \rho & \text{if } x = y = 1, \\ 1 & \text{otherwise.} \end{cases}$$

- Максимизируем функцию максимального правдоподобия:

$$L(\alpha_i, \beta_i, \rho, \gamma; i = 1, \dots, n) = \prod_{k=1}^N \tau_{\lambda_k, \mu_k}(x_k, y_k) \exp(-\lambda_k) \lambda_k^{x_k} \exp(-\mu_k) \mu_k^{y_k} \quad \text{where} \quad \begin{aligned} \lambda_k &= \alpha_{i(k)} \beta_{j(k)} \gamma, \\ \mu_k &= \alpha_{j(k)} \beta_{i(k)}, \end{aligned}$$

- Здесь параметры модели – статичны, когда в реальности это не так.

$$L_t(\alpha_i, \beta_i, \rho, \gamma; i = 1, \dots, n) = \prod_{k \in A_t} \{ \tau_{\lambda_k, \mu_k}(x_k, y_k) \exp(-\lambda_k) \lambda_k^{x_k} \exp(-\mu_k) \mu_k^{y_k} \}^{\phi(t-t_k)}$$

Где ϕ - невозрастающая функция.

- Например,

$$\phi(t) = \begin{cases} 1 & t \leq t_0, \\ 0 & t > t_0, \end{cases}$$

$$\phi(t) = \exp(-\xi t),$$

• Расчет параметров «атаки» и «защиты» команд:

TABLE 4

Maximum likelihood estimates and standard errors for the attack and defence rate parameters, on August 5th, 1995, for Premiership teams (in the 1995–96 season)

Team	$\hat{\alpha}$	$se(\hat{\alpha})$	$\hat{\beta}$	$se(\hat{\beta})$
Arsenal	1.235	0.151	0.527	0.078
Aston Villa	1.278	0.178	0.649	0.086
Blackburn	1.730	0.209	0.534	0.082
Bolton	1.183	0.141	0.760	0.100
Chelsea	1.238	0.169	0.658	0.089
Coventry	1.115	0.164	0.699	0.094
Everton	1.177	0.169	0.667	0.091
Leeds	1.510	0.186	0.583	0.088
Liverpool	1.448	0.180	0.561	0.082
Manchester City	1.232	0.170	0.728	0.091
Manchester United	1.869	0.208	0.402	0.067
Middlesbrough	1.244	0.152	0.750	0.109
Newcastle	1.659	0.195	0.578	0.081
Nottingham Forest	1.460	0.170	0.658	0.095
Queen's Park Rangers	1.497	0.195	0.717	0.095
Sheffield Wednesday	1.387	0.179	0.698	0.091
Southampton	1.446	0.183	0.772	0.098
Tottenham	1.622	0.201	0.775	0.100
West Ham	1.192	0.169	0.649	0.087
Wimbledon	1.281	0.174	0.732	0.094

TABLE 5

Maximum likelihood estimates and standard errors for the attack and defence rate parameters on August 5th, 1995, for teams in division 2 (in the 1995–96 season)

Team	$\hat{\alpha}$	$se(\hat{\alpha})$	$\hat{\beta}$	$se(\hat{\beta})$
Blackpool	0.858	0.110	1.357	0.163
Bournemouth	0.681	0.096	1.095	0.139
Bradford	0.832	0.107	1.175	0.149
Brentford	0.967	0.115	0.900	0.129
Brighton	0.820	0.107	1.032	0.137
Bristol City	0.825	0.120	0.873	0.114
Bristol Rovers	0.917	0.113	0.965	0.138
Burnley	0.942	0.116	1.067	0.127
Carlisle	0.781	0.100	0.964	0.157
Chesterfield	0.764	0.099	1.024	0.160
Crewe	1.065	0.125	1.265	0.159
Hull	0.822	0.104	1.069	0.146
Notts County	0.985	0.132	0.979	0.120
Oxford	0.956	0.119	0.951	0.119
Peterborough	0.829	0.111	1.161	0.133
Rotherham	0.852	0.106	1.136	0.143
Shrewsbury	0.764	0.104	1.060	0.145
Stockport	0.945	0.115	1.040	0.136
Swansea	0.798	0.106	0.899	0.122
Swindon	1.160	0.154	1.091	0.120
Walsall	0.911	0.114	1.116	0.162
Wrexham	0.957	0.116	1.257	0.150
Wycombe	0.813	0.105	0.984	0.137
York	0.916	0.113	0.926	0.131

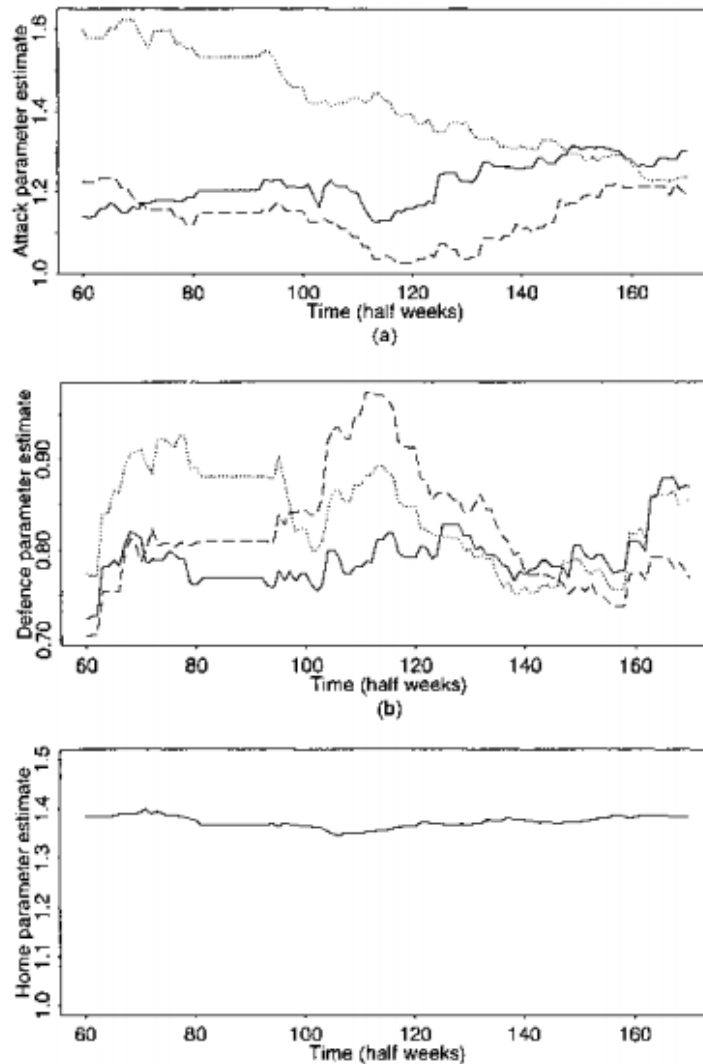


Fig. 2. (a), (b) Time series of the maximum likelihood estimates of attack and defence rate parameters for Sheffield United (—), Norwich (.....) and Everton (---); (c) variation of the common home effect parameter with time

TABLE 3
Mean attack and defence parameters for teams within each division

League	Mean attack parameter $\bar{\alpha}$	Mean defence parameter $\bar{\beta}$
Premier	1.38	0.68
Division 1	1.07	0.86
Division 2	0.83	1.14
Division 3	0.73	1.32

• Посчитаем вероятность исходов матчей:

$$p_k^H = \sum_{l, m \in B_H} \Pr(X_k = l, Y_k = m) \quad \text{where } B_H = \{(l, m): l > m\} \quad \text{- вероятность победы домашней команды.}$$

Maximum likelihood estimates for match outcome probabilities†

Match	Maximum likelihood estimates for the following outcomes:		
	Home win	Draw	Away win
Arsenal versus Middlesbrough	0.535 (0.069)	0.280 (0.030)	0.184 (0.046)
Aston Villa versus Manchester United	0.214 (0.054)	0.291 (0.029)	0.495 (0.072)
Blackburn versus Queen's Park Rangers	0.615 (0.078)	0.221 (0.033)	0.164 (0.049)
Chelsea versus Everton	0.457 (0.075)	0.298 (0.030)	0.245 (0.057)
Liverpool versus Sheffield Wednesday	0.535 (0.076)	0.262 (0.031)	0.203 (0.052)
Blackpool versus Wrexham	0.428 (0.077)	0.240 (0.018)	0.332 (0.070)
Stockport versus Burnley	0.480 (0.077)	0.259 (0.024)	0.261 (0.062)
Newcastle versus Stoke	0.705 (0.073)	0.198 (0.042)	0.097 (0.034)

†The matches are a subset of the fixtures from August 19th, 1995, plus one other across-division match. Approximate standard errors are calculated using the delta method. Standard errors are given in parentheses.

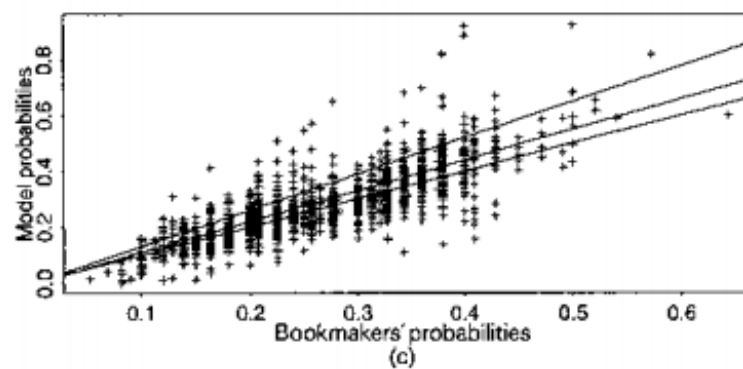
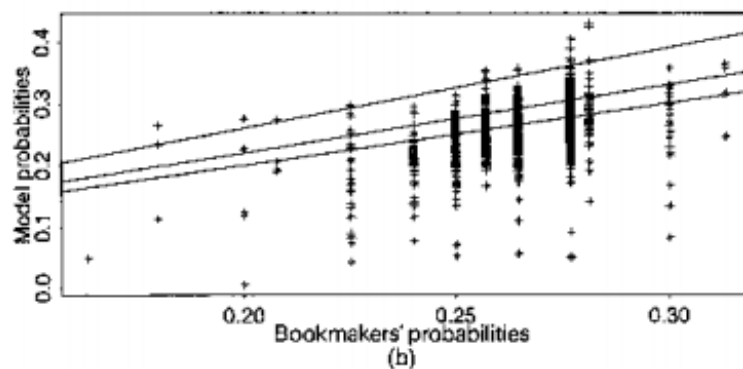
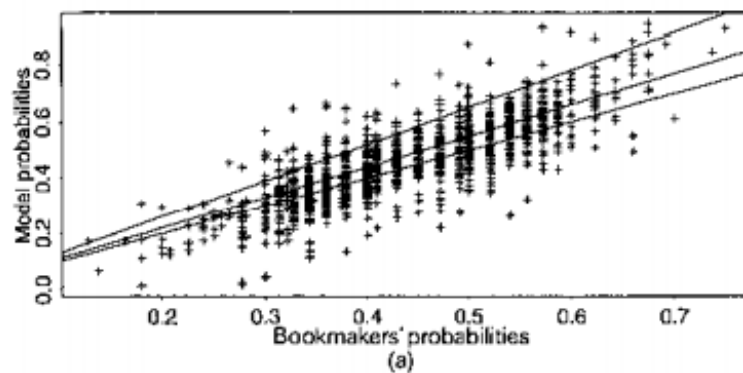
- Эту модель можно использовать как основу для игры против букмекеров
- Например, букмекер предлагает следующие варианты ставок на исход матча (8:13, 12;5, 4:1)
- Коэффициент $a : b$ эквивалентен вероятности $p = a / (a + b)$
- Для коэффициентов (8:13, 12;5, 4:1) получаем вероятности (0.62 , 0.29 , 0.20)
- Выигрыш, если b_k^H - коэффициент букмекера p_k^H - коэффициент, полученный с помощью нашей модели.

$$E(G) = p_k^H / b_k^H - 1.$$

- Иными словами ставить есть смысл если $\hat{p}_k^H / b_k^H > r$

$$\hat{p} = rb$$

$$r = 1.0, 1.1, 1.3$$



- Прибыль в зависимости от отношения вероятностей.

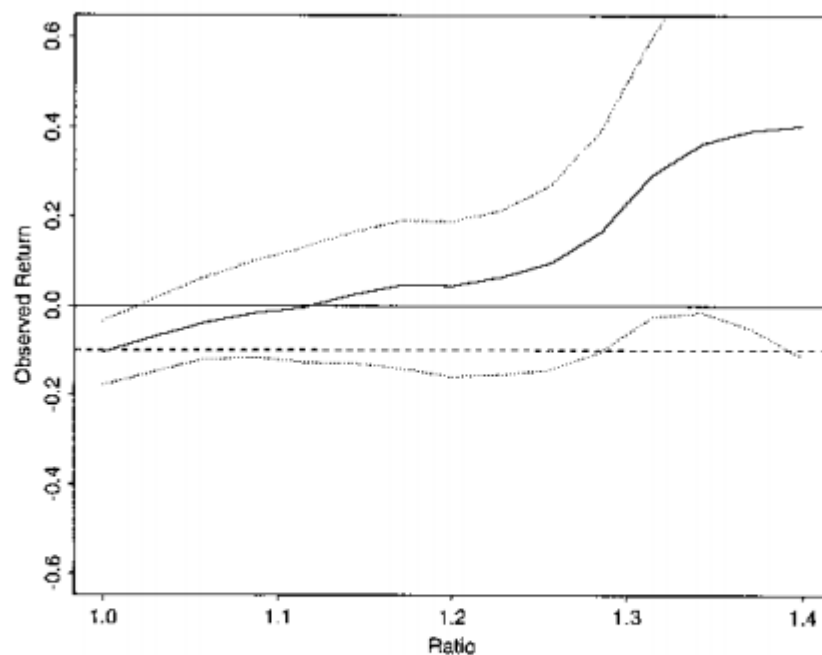


Fig 4. Observed mean return plotted against the ratio of model probabilities to bookmakers' probabilities (- - -, return of -0.11 , the expected return under random betting, which is due to the bookmakers' take of 11% for each match; , 90% bootstrap intervals): the mean return is calculated only when there are more than 10 sample values

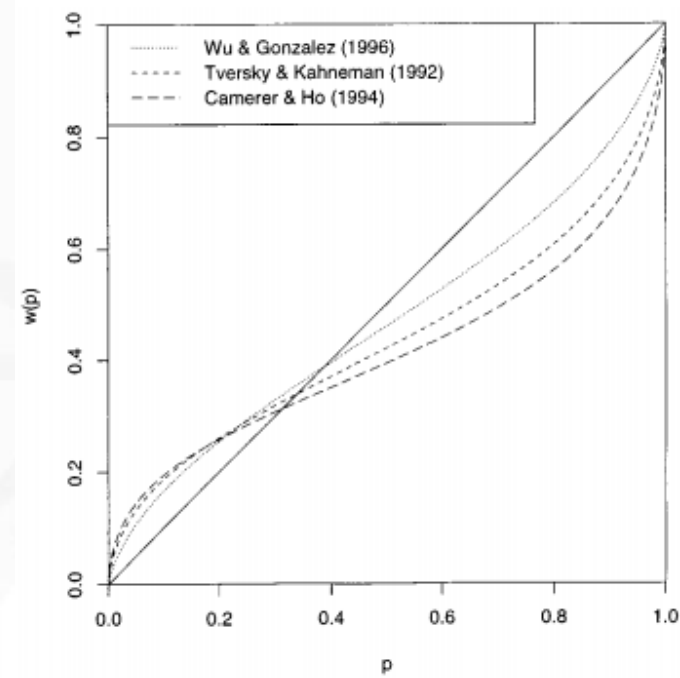
- Рынок ставок неэффективен! Favourite-longshot bias (Cain, Law Peel. 2000).

TABLE 1
Returns to a unit bet on match outcomes

Range of prices π_i	N	Returns
$0 < \pi_i \leq 0.2$	509	-0.155
$0.2 < \pi_i \leq 0.4$	5432	-0.109
$0.4 < \pi_i \leq 0.6$	2116	-0.101
$0.6 < \pi_i \leq 1$	598	-0.017
Total observations	8655	

Notes:
 $\pi_i = 1/(1 + a_i)$, where a_i represents the odds against the home win, away win or draw.
 N = number of possible bets in each category.

- Политика букмекеров
- Risk loving
- Prospect Theory



- **Maher (1982) – Modelling association football scores.**
- **Dixon and Coles (1997) - Modelling association football scores and Inefficiencies in the football betting market.**
- **Koopman Lit (2012) - A Dynamic Bivariate Poisson Model for Analysing and Forecasting Match Results in the English Premier League**
- **Cain, Law, Peel (2000) – The Favourite-Longshot Bias and Market Efficiency in UK Football Betting**
- **Snowberg and Wolfers – Explaining The Favourite-Longshot Bias: Is it Risk-Love or Misperceptions.**
- **Gonzalez (1999) - On the Shape of the Probability Weighting Function**



НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ

Спасибо за внимание!

101000, Россия, Москва, Мясницкая ул., д. 20

Тел.: (495) 621-7983, факс: (495) 628-7931

www.hse.ru