Школа лингвистики, 2022-23 уч. год
Линейная алгебра и математический анализ
Предел последовательности (20.09.2022)

Ю. Г. Кудряшов, И. В. Щуров, А. М. Изосимов, Д. А. Филимонов,Р. Я. Будылин

Некоторые задачи основаны на книге James Stewart, Calculus Early Transcendentals, 6e.

Задача 1. Используя калькулятор, угадайте, чему равен предел:

(a) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{n+10}{n}$;

(b) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{2n+1}{n^2+1}$;

(c) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{3n^2+1}{n+2}$.

Задача 2. Найти следующие пределы, если они существуют:

(a) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{n+10}{n}$;

(b) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{2n+1}{n^2+1}$;

(c) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{3n^2+1}{n+2}$;

(d) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{5n^2-100n+10000}{n^2+n-10}$;

(e) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{3n^2-2n+1}{n^3-4n^2+2}$;

(f) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{5n^2-7}{-2n+3}$;

(g) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{-2n^2-4n+6}{-3n^2+5n-1}$;

(h) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{n+2\sqrt{n}+1}{2n-\sqrt{n}+2}$;

(i) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{n\sqrt{n}-5\sqrt{n}+2}{2n-n\sqrt{n}+3}$;

(j) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{10n^2}{2^n}$

(k) $\lim\limits_{n\to\infty} n-\frac{n^2}{n+1}$;

(l) $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt{n+1}-\sqrt{n}$;

(m) $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt{n^2+1}-n$;

(n) $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt{n^2+n+1}-n$;

(o) $\lim\limits_{n\to\infty} \ln(n+1)-\ln(n)$;

(p) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{\ln n}{\lg n}$;

(q) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{\sin n}{n}$.

Дополнительные задачи

Задача 3. Найти следующие пределы, если они существуют:

(a) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{\sqrt[3]{n^3+2n-1}}{n+2}$;

(b) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{\sqrt[3]{n^2+n}}{n+1}$;

(c) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{\left(\sqrt{n^2+1}+n\right)^2}{\sqrt[3]{n^6+1}}$

Задача 4. Вычислить выражение $\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\ldots}}}$.

Задача 5. Найти радиус окружности, вписанной в параболу $y=x^2$ и касающейся её вершины.