

Департамент политической науки, 2021-22 уч. год

Высшая математика

Производная. (02.11.2021/05.11.2021)

И. А. Хованская, Н. А. Сопрунова, Я. Н. Шитов, И. В. Щуров, К. И. Сонин (РЭШ),  
Д. А. Филимонов

Некоторые задачи основаны на книге James Stewart, Calculus Early Transcendentals, 6e

**Задача 1.** Найти производные следующих функций (без использования формулы производной сложной функции):

(a)  $f(x) = x + 1 + \frac{1}{x}$ ;

(f)  $f(x) = e^{-x}$ ;

(b)  $f(x) = \log_2 x + \arcsin x - 2\operatorname{arctg}x$ ;

(g)  $f(t) = \frac{2t}{4+t^2}$ ;

(c)  $f(x) = (x - 1)^2$ ;

(h)  $f(x) = \operatorname{tg}(x) + \operatorname{ctg}(x)$ ;

(d)  $f(x) = (x^3 + 2x)e^x$ ;

(i)  $f(x) = \sin(2x)$ ;

(e)  $f(x) = \frac{e^x}{1+x}$ ;

(j)  $f(x) = \sin(x + \alpha)$ ;

**Задача 2.** Представьте функцию в виде  $y = f(g(x))$  (т.е. укажите функции  $z = g(x)$  и  $y = f(z)$ ), затем найдите производную с помощью правила дифференцирования сложной функции.

(a)  $y = (2x + 1)^{2020}$ ;

(d)  $y = \sqrt{x \sin x}$ ;

(g)  $y = e^{\sqrt{x}}$ ;

(b)  $y = \left(\frac{x+1}{x-1}\right)^{2020}$ ;

(e)  $y = (x^4 + 3x^2 - 2)^5$ ;

(h)  $y = \arcsin(\sin x)$ ;

(c)  $y = \sqrt{4 + 3x}$ ;

(f)  $y = 10^{x^2}$ ;

(i)  $y = \ln x^2$ .

**Задача 3.** Вычислите и упростите производные следующих функций.

(a)  $y = x \ln x - x$ ;

(d)  $y = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$ ;

(b)  $y = \sin^2 x + \cos^2 x$ ;

(e)  $y = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a}$ ;

(c)  $y = -\ln \cos x$ ;

(f)  $y = \frac{1}{2a} \ln \frac{x-a}{x+a}$ .

**Задача 4.** Вычислите следующие частные производные.

(a)  $\left(\frac{x}{y}\right)'_x$ ;

(c)  $\left(\frac{x}{y}\right)'_z$ ;

(b)  $\left(\frac{x}{y}\right)'_y$ ;

(d)  $((a+b-1)^2 + (2a+b-2)^2)'_a$ ;

$$(e) \left( (a+b-1)^2 + (2a+b-2)^2 \right)'_b; \quad (f) (xyze^{xyz})'_z.$$

**Задача 5.** При выполнении некоторых условий, можно считать, что распространение слухов подчиняется следующему закону:

$$p(t) = \frac{1}{1 + ae^{-kt}},$$

где  $p(t)$  — доля людей, знакомых со слухом в момент времени  $t$ , константы  $a$  и  $k$  положительны.

- Что будет происходить с функцией  $p(t)$ , если  $t$  неограниченно возрастает до бесконечности? Пояснить, что означает полученный ответ.
- Найти скорость распространения слуха.

**Задача 6.** Напишите уравнение касательной к графику функции  $y = \frac{2}{1 + e^{-x}}$  в точке  $(0; 1)$ .

## Дополнительные задачи

**Задача 7.** Найти производные следующих функций:

- $f(x) = x^x$ ;
- $f(x) = (2x + 1)^{3x-2}$ ;
- $f(x) = (\sin x)^{\cos x}$ ;
- $f(x) = x^{x^x}$ ;