

**Школа лингвистики, 2021-22 уч. год****Теория вероятностей****Задачи по непрерывным случайным величинам (15.03.2022)***И. В. Щуров, Д. А. Филимонов, Р. Я. Будылин***1 Различные непрерывные случайные величины**

**Задача 1.** Случайная величина  $\xi$  распределена по нормальному закону с параметрами  $\mu = 1$  и  $\sigma = 2$

- (a) найти вероятность  $P(\xi \leq 2)$ ;
- (b) найти вероятность  $P(\xi \leq -1)$ ;
- (c) найти вероятность  $P(\xi \leq -10)$ ;
- (d) найти вероятность  $P(-1 < \xi \leq 2)$ ;
- (e) найти вероятность  $P(2 < \xi \leq 3)$ ;
- (f) найти вероятность  $P(\xi > 2)$ ;
- (g) найти вероятность  $P(\xi > -1)$ ;

**Замечание.** Вообще говоря, сумма двух независимых случайных величин, имеющих один и тот же тип распределения, совершенно необязательно имеет то же распределение, что и исходные слагаемые, однако сумма двух независимых нормально распределённых величин также имеет нормальное распределение.

**Задача 2.** Случайные независимые величины  $\xi$  и  $\eta$  распределены по нормальному закону с параметрами  $\mu_1 = 1$ ,  $\sigma_1 = 2$  и  $\mu_2 = -1$ ,  $\sigma_2 = 3$  соответственно.

- (a) найти  $E(\xi + \eta)$ ,  $D(\xi + \eta)$  и  $\sigma(\xi + \eta)$ .
- (b) найти  $E(\xi - \eta)$ ,  $D(\xi - \eta)$  и  $\sigma(\xi - \eta)$ .
- (c) найти вероятность  $P(\xi + \eta \leq 2)$ ;
- (d) найти вероятность  $P(\xi - \eta \leq 2)$ ;
- (e) найти вероятность  $P(-1 < \xi + \eta \leq 2)$ ;
- (f) найти вероятность  $P(-1 < \xi - \eta \leq 2)$ ;

**Задача 3.** Случайная величина  $\xi$  распределена по нормальному закону с параметрами  $\mu = 0$  и  $\sigma = 1$ . Другая случайная величина  $\eta = 3\xi + 2$ .

- (a) Чему равны  $E(\eta)$ ,  $D(\eta)$  и  $\sigma(\eta)$ ?
- (b) Как связаны функции распределения  $F_\xi(x)$  и  $F_\eta(x)$ ? Как они связаны с функцией Лапласа?
- (c) Найти вероятность  $P(\eta \leq 2)$ ;
- (d) найти вероятность  $P(\eta \leq -10)$ ;
- (e) найти вероятность  $P(-1 < \eta \leq 2)$ ;
- (f) найти вероятность  $P(\eta > 2)$ .
- (g) (\*) Выпишите плотность распределения случайной величины  $\eta$ .

**Задача 4.** Случайная величина  $\xi$  распределена по показательному закону с параметром  $\lambda = 2$ . Другая случайная величина  $\eta = 3\xi + 2$ .

- (a) Запишите функцию распределения  $F_\xi(x)$ .
- (b) Как связаны функции распределения  $F_\xi(x)$  и  $F_\eta(x)$ ? Выпишите  $F_\eta(x)$ .
- (c) Найти вероятность  $P(\eta \leq 3)$ ;

- (d) найти вероятность  $P(\eta \leq -10)$ ;
- (e) найти вероятность  $P(2 < \eta \leq 3)$ ;
- (f) найти вероятность  $P(\eta > 3)$ .
- (g) (\*) Выпишите плотность распределения случайной величины  $\xi$  и  $\eta$ .

## 2 Формула Муавра-Лапласа

**Задача 5.** Производится серия из 5 независимых одинаковых экспериментов. Вероятность удачи в одном эксперименте равна  $p = 0.6$ . Какова вероятность, что количество удач будет

- (a) ровно 2?
- (b) ровно 3?
- (c) от 1 до 3 включительно?

**Задача 6.** Производится серия из 2400 независимых одинаковых экспериментов. Вероятность удачи в одном эксперименте равна  $p = 0.6$ . Какова вероятность, что количество удач будет

- (a) ровно 1400?
- (b) ровно 1500?
- (c) от 1000 до 1400 включительно?
- (d) от 1400 до 1500 включительно?

## Дополнительные задачи

**Задача 7.** Пусть  $\xi$  и  $\eta$  независимы распределены по закону Пуассона с параметрами  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  соответственно. Доказать, что  $\zeta = \xi + \eta$  распределена по закону Пуассона с параметром  $\lambda_1 + \lambda_2$ .