

Школа лингвистики, 2021-22 уч. год

Линейная алгебра и математический анализ

Интегрирование по частям. Определённый и несобственный интеграл (09.11.2021)

Ю. Г. Кудряшов, И. В. Щуров, А. М. Изосимов, Д. А. Филимонов, Р. Я. Будылин

Некоторые задачи основаны на книге James Stewart, *Calculus Early Transcendentals*, 6e.

**Задача 1.** Найдите интеграл методом интегрирования по частям.

- (a)  $\int x \cos x \, dx$ ; (d)  $\int (x^2 + x - 2) \sin(2x) \, dx$ ; (g)  $\int \operatorname{arctg} x \, dx$ ;  
(b)  $\int x e^x \, dx$ ; (e)  $\int \arcsin x \, dx$ ; (h)  $\int \operatorname{arccotg} x \, dx$ ;  
(c)  $\int x^2 e^x \, dx$ ; (f)  $\int \arccos x \, dx$ ; (i)  $\int e^x \sin x \, dx$ .

**Задача 2.** Найдите следующие интегралы.

- (a)  $\int_1^2 \left( \frac{2}{x} + \frac{1}{2x^{-1}} \right) dx$ ;  
(b)  $\int_0^1 (\sqrt{x^3} + \sqrt[3]{x^2}) dx$ ;  
(c)  $\int_0^1 (\sin x - x^2) dx$ ;  
(d)  $\int_0^1 \frac{2x}{x^2 + 1} dx$ ;  
(e)  $\int_0^1 x e^{2x} dx$ .

**Задача 3.** Вычислите площадь криволинейного треугольника под параболой, ограниченного графиками функций  $y = x^2$ ;  $y = 0$ ;  $x = 1$

**Задача 4.** Вычислите следующие несобственные интегралы:

- (a)  $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^2}$ ;  
(b)  $\int_1^{+\infty} 3e^{-3x} dx$ ;  
(c)  $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x}}$ ;

$$(d) \int_0^{+\infty} 3xe^{-3x} dx;$$

$$(e) \int_0^{+\infty} 3x^2e^{-3x} dx;$$

$$(f) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{1+x^2}.$$

### Дополнительные задачи

**Задача 5.** Вычислить интегралы  $\int_0^1 f'(x)dx$ ,  $\int_{-\infty}^{+\infty} xf'(x)dx$  и  $\int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f'(x)dx$ , где

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -1; \\ \frac{(x+1)^3}{27}, & -1 < x \leq 2; \\ 1, & 2 < x. \end{cases}$$

**Задача 6 (\*\*\*\*).** Вычислить интеграл  $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} dx$