

Школа лингвистики, 2021-22 уч. год

Линейная алгебра и математический анализ

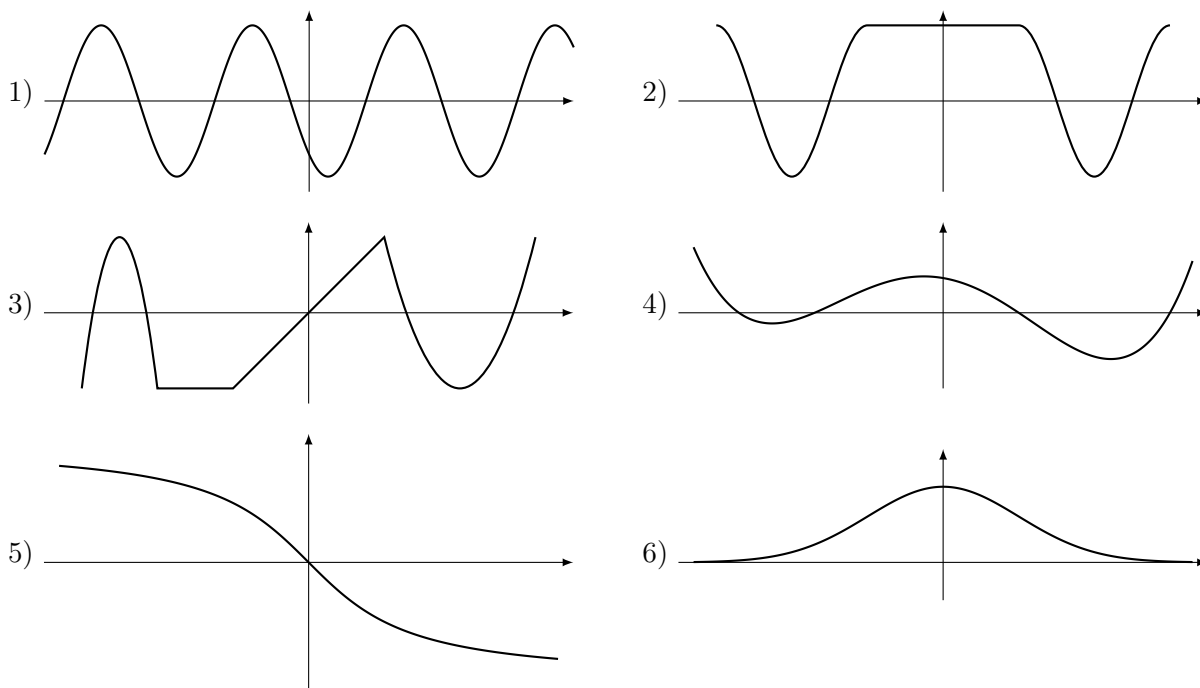
Правило Лопиталя. Графическое построение производной, нахождение экстремума. (26.10.2021)

Ю. Г. Кудряшов, И. В. Щуров, А. М. Изосимов, Д. А. Филимонов, Р. Я. Будылин

Задача 1. Вычислите предел, используя правило Лопиталя.

$$\begin{array}{llll} \text{(a)} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^2 - x}; & \text{(c)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{\sin 5x}; & \text{(e)} \lim_{x \rightarrow 0} x \ln x; & \text{(g)} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - \sin x}{x - \tan x}; \\ \text{(b)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}; & \text{(d)} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{\sqrt{x}}; & \text{(f)} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^{10}}{e^x}; & \text{(h)} \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin x}{1 - \cos x}; \end{array}$$

Задача 2. Для каждого из графиков функций постройте эскиз графиков первой и второй производной этой функции. Отметить на графике промежутки возрастания и убывания, точки экстремумов, промежутки выпуклости вверх и выпуклости вниз.



Задача 3. Найдите локальные минимумы и максимумы у следующих функций (найти при каком аргументе достигается и само значение функции):

$$\begin{array}{l} \text{(a)} f(x) = 2x^2 - 5x + 7; \\ \text{(b)} f(x) = x^3 - 6x^2 - 15x + 4; \\ \text{(c)} f(x) = 3x^5 - 5x^3 \\ \text{(d)} f(x) = x \ln x. \end{array}$$

Задача 4. Найдите минимум и максимум у следующих функций на отрезке (найти при каком аргументе достигается и само значение функции):

- (a) $f(x) = 3x^2 - x + 2, x \in [0; 3]$;
(b) $f(x) = x^3 - 6x^2 - 15x + 4, x \in [-2; 2]$;
(c) $f(x) = x \ln^2 x, x \in [0.5; 2]$.