

Школа лингвистики, 2021-22 уч. год
Линейная алгебра и математический анализ
Операторы (23.11.2021)

Ю. Г. Кудряшов, И. В. Щуров, А. М. Изосимов, Д. А. Филимонов, Р. Я. Будылин

Для успешного освоения темы «Операторы» студент должен уметь решать *все* перечисленные ниже задачи.

Действия операторов на плоскости.

Задача 1. Вычислите значения действий операторов на векторах $(1; 0)$, $(1; 1)$, $(0; 1)$, $(-1; 1)$, $(-1; 0)$, $(-1; -1)$, $(0; -1)$, $(1; -1)$ и постарайтесь понять, как выглядит их действие геометрически:

(a) $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

(b) $\begin{pmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$

(c) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

(d) $\begin{pmatrix} 0.5 & 1 \\ 0 & 0.5 \end{pmatrix}$

Задача 2. Найдите собственные вектора и собственные значения для операторов из предыдущей задачи. Сравните результаты с известной вам геометрической картиной действия.

Задача 3. Найдите собственные вектора и собственные значения для следующих операторов. Схематически изобразите их действие на плоскости.

(a) $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$

(b) $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -2 & -5 \end{pmatrix}$

(c) $\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$

(d) $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$