

Школа лингвистики, 2021-22 уч. год
Дискретная математика для лингвистов
Кодирование-3 (1-2 декабря 2021 года)

В. В. Кочергин, Ю. Г. Кудряшов, А. В. Михайлович, И. В. Щуров, И. А. Хованская

- Задача 1.** (а) Построить оптимальный алфавитный код (код с минимальной избыточностью), буквы кодируемого алфавита имеют следующие частоты выпадения: 0.24, 0.23, 0.15, 0.09, 0.08, 0.07, 0.05, 0.03, 0.03, 0.02, 0.01, кодирующий алфавит состоит из двух букв.
- (б) Построить оптимальный алфавитный код (код с минимальной избыточностью), буквы кодируемого алфавита имеют следующие частоты выпадения: 0.17, 0.16, 0.15, 0.12, 0.1, 0.1, 0.06, 0.05, 0.03, 0.02, 0.02, 0.01, 0.006, 0.004, кодирующий алфавит состоит из пяти букв.
- (с) Построить оптимальный алфавитный код (код с минимальной избыточностью), буквы кодируемого алфавита имеют следующие частоты выпадения: $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{20}$, $\frac{1}{20}$, $\frac{1}{20}$, $\frac{1}{20}$ кодирующий алфавит состоит из четырёх букв.

Задача 2. Выяснить, существует ли q -ичный код с минимальной избыточностью (оптимальный код), обладающий заданной последовательностью L длин кодовых слов:

- (а) $q = 2$, $L = (2, 3, 3, 3)$;
 (б) $q = 2$, $L = (3, 3, 3, 3)$;
 (с) $q = 2$, $L = (1, 3, 3, 3, 3)$;
 (д) $q = 2$, $L = (1, 2, 3, 4)$;
 (е) $q = 2$, $L = (1, 2, 3, 4, 4)$;
 (ф) $q = 2$, $L = (1, 2, 3, 4, 4, 4)$;
 (г) $q = 2$, $L = (1, 2, 3, 4, 4, 4, 4)$;
 (д) $q = 2$, $L = (1, 3, 3, 3, 3, 3, 3)$;
 (е) $q = 2$, $L = (1, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4)$;
 (ж) $q = 3$, $L = (1, 1, 2)$;
 (з) $q = 3$, $L = (1, 1, 2, 2)$;
 (и) $q = 3$, $L = (1, 1, 2, 2, 2, 2)$;
 (к) $q = 3$, $L = (2, 2, 2, 2, 2, 2, 2)$;
 (л) $q = 3$, $L = 26$ троек;
 (м) $q = 3$, $L = 25$ троек;
 (н) $q = 3$, $L = (1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 4, 5, 5, 5)$;
 (о) $q = 4$, $L = 13$ двоек, 4 тройки;
 (п) $q = 4$, $L = 11$ двоек, 3 тройки.

Задача 3. Построить по методу Хэмминга кодовое слово для сообщения

- (а) 10101011;
 (б) 111001111;
 (с) 100010011;
 (д) 01110111011.

Задача 4. По каналу передавалось кодовое слово, построенное по методу Хэмминга. Ошибка не более одной. Восстановить сообщение.

- (а) 0101101;

- (b) 11011100110;
- (c) 1010101010100;
- (d) 001011110111111.

Задача 5. Для префиксного кода C с заданным набором вероятностей P построить дерево, соответствующее коду. Выяснить, является ли код C оптимальным.

- (a) $C = \{1, 00, 01, 02, 20, 21\}$, $P = (0.5; 0.1; 0.1; 0.1; 0.1; 0.1)$;
- (b) $C = \{0, 1, 20, 21, 220, 221\}$, $P = (\frac{1}{3}; \frac{1}{3}; \frac{1}{9}; \frac{1}{9}; \frac{1}{18}; \frac{1}{18})$;
- (c) $C = \{0, 10, 11, 12, 20, 22\}$, $P = (\frac{1}{6}; \frac{1}{6}; \frac{1}{6}; \frac{1}{6}; \frac{1}{6}; \frac{1}{6})$;
- (d) $C = \{0, 10, 11, 120, 121, 122\}$, $P = (\frac{1}{6}; \frac{1}{6}; \frac{1}{6}; \frac{1}{6}; \frac{1}{6}; \frac{1}{6})$;
- (e) $C = \{0, 1, 20, 21, 220, 221\}$, $P = (\frac{1}{6}; \frac{1}{6}; \frac{1}{6}; \frac{1}{6}; \frac{1}{6}; \frac{1}{6})$.

Задача 6. Царь при подготовке к пиру узнал, что одна из 1000 бутылок вина с ядом. У него есть 10 кроликов, которыми можно пожертвовать. Как узнать, какая из бутылок с ядом, если известно, что после выпивания хоть капли яда кролик через 5 дней умрет. Знать, какие бутылки отравлены надо уже через неделю.