

**Школа лингвистики, 2021-22 уч. год**  
**Дискретная математика для лингвистов**  
**Ещё один семинар (Дополнительные задачи)**

*В. В. Кочергин, А. В. Михайлович*

- Задача 1.** (а) Найти количество линейных функций алгебры логики от переменных  $x_1, \dots, x_n$  (то есть таких функций, которые могут быть выражены формулой над  $\{x \oplus y, 1\}$ .)  
(б) Найти количество функций алгебры логики от переменных  $x_1, x_2, x_3$ , у которых степень полинома Жегалкина (число переменных в самой длинной конъюнкции среди всех слагаемых полинома) не больше чем 2.

**Задача 2.** Найти количество функций алгебры логики от переменных  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , для которых выполняется равенство  $f(x_1, x_2, \dots, x_n) = f(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)$ .

- Задача 3.** (а) Построить СДНФ для функции, заданной столбцом значений (1000011100110001).  
(б) Построить СКНФ для функции от четырёх переменных, которая равна 1 только на тех наборах, в которых различное число нулевых и единичных компонент (например, на наборе 0100), а на остальных наборах равна нулю.  
(с) Построить полином Жегалкина для функции  $(x \vee y) \& (y | z)$ .

**Задача 4.** Найти все функции  $f(x_1, \dots, x_n)$ , таких, что для любого  $i = 1, \dots, n$ , любого набора  $(\alpha_1, \dots, \alpha_{i-1}, \alpha_{i+1}, \dots, \alpha_n) \in \{0, 1\}^{n-1}$  выполняется условие  $f(\alpha_1, \dots, \alpha_{i-1}, 0, \alpha_{i+1}, \dots, \alpha_n) \neq f(\alpha_1, \dots, \alpha_{i-1}, 1, \alpha_{i+1}, \dots, \alpha_n)$

**Задача 5.** Пусть  $P(x, y)$  — предикат, определённый на множестве студентов 1 курса, который принимает значение "ИСТИНА" в том и только том случае, когда студент  $x$  считает студента  $y$  своим другом. Используя функции алгебры логики, предикат  $P(x, y)$ , а также кванторы всеобщности и существования, написать формулы для следующих предикатов:

- Студенты  $x$  и  $y$  — друзья (обратите внимание, это не  $P(x, y)$ ).
- Множества студентов, которых  $x$  и  $y$  считают друзьями, совпадают.
- Никто не считает студента  $x$  своим другом.
- Студент  $x$  считает другом только того, кто считает своим другом студента  $x$ .
- У студента  $x$  единственный взаимный друг.