

**Школа лингвистики, 2021-22 уч. год****Дискретная математика для лингвистов****Задачи по рекуррентным последовательностям (Ноябрь 2021)***В. В. Кочергин, А. В. Михайлович*

Найти  $a_n$  по рекуррентным соотношениям и начальным условиям:

**Задача 1.**  $a_{n+2} - 4a_{n+1} + 3a_n = 0$ ,  $a_0 = 10$ ,  $a_1 = 16$ .

**Задача 2.**  $a_{n+3} - 3a_{n+2} + a_{n+1} - 3a_n = 0$ ,  $a_0 = 3$ ,  $a_1 = 7$ ,  $a_2 = 27$ .

**Задача 3.**  $a_{n+2} - 6a_{n+1} + 9a_n = 0$ ,  $a_0 = 6$ ,  $a_1 = 6$ .

Решить линейные рекуррентные уравнения:

**Задача 4.** 
$$\begin{cases} x_{n+2} - 3x_{n+1} + 2x_n = 0, \\ x_0 = 1, \quad x_1 = 2. \end{cases}$$

**Задача 5.** 
$$\begin{cases} x_{n+2} - 2x_{n+1} + x_n = 0, \\ x_0 = 0, \quad x_1 = -1. \end{cases}$$

**Задача 6.** 
$$\begin{cases} x_n - 2x_{n-1} + 5x_{n-2} - 10x_{n-3} + 4x_{n-4} - 8x_{n-5} = 0, \\ x_0 = 1, \quad x_1 = -4, \quad x_2 = -12, \quad x_3 = -6, \quad x_4 = 16. \end{cases}$$

**Задача 7.** 
$$\begin{cases} x_{n+2} - 2x_{n+1} + x_n = 1, \\ x_0 = 0, \quad x_1 = 1. \end{cases}$$

Решить системы линейных рекуррентных уравнений:

**Задача 8.** 
$$\begin{cases} a_{n+1} = 3a_n + b_n, \\ b_{n+1} = -a_n + b_n, \end{cases} \quad a_1 = 14, b_1 = -6.$$

**Задача 9.** 
$$\begin{cases} a_{n+1} = 2a_n + b_n, \\ b_{n+1} = 2b_n + a_n + 2n, \end{cases} \quad a_0 = 0, b_0 = 1.$$

**Задача 10.** Сколько существует слов длины 5 в алфавите  $\{A, B\}$ , не содержащих под слова  $AA$  (т.е. не содержащих двух идущих подряд буквы  $A$ )?

**Задача 11.** Сколько существует слов длины 4 в алфавите  $\{A, B, C\}$ , не содержащих под слова  $AAA$  (т.е. не содержащих трёх идущих подряд буквы  $A$ )?

**Задача 12.** Дан словарь (набор слов), состоящий из односложного слова, двусложного слова и трёхсложного слова. Сколько шестисложных строк можно составить, используя этот словарь? Повторы слов разрешены.

**Задача 13.** Дан словарь (набор слов), состоящий из 10 односложных слов, 10 двусложных слов и 10 трёхсложных слов. Сколько шестисложных строк можно составить, используя этот словарь? Повторы слов разрешены.

**Задача 14.** Дан словарь (набор слов), состоящий из 1 односложного слова, 3 двусложных слов. Используя этот словарь, программа составляет строку, добавляя к концу строки слова по одному (повторы разрешены), пока суммарное число слогов не превысило 5. Сколько различных строк так можно получить?

**Задача 15.** Пароль в алфавите  $\{a, b, c\}$  не должен содержать никакую букву больше 5 раз. Сколько можно сосчитать паролей:

- (a) длины 7;
- (b) длины 8;
- (c) длины 9;
- (d) длины 11.