

Департамент политической науки, 2020-21 уч. год

Высшая математика

Элементы финансовой математики (16.09.2020/22.09.2020/23.09.2020)

И. А. Хованская, Н. А. Сопрунова, Я. Н. Шитов, И. В. Щуров, К. И. Сонин (РЭШ),
Д. А. Филимонов

Для успешного освоения темы «Основы финансовой математики» студент должен уметь решать все перечисленные ниже задачи.

Эффективная процентная ставка

Задача 1. Сколько денег нужно вложить под 15% годовых с капитализацией, чтобы через пять лет получить 200 рублей?

Определение 1. Пусть процентная ставка составляет α процентов в год. Тогда n рублей, полученные через год, мы будем считать равными $\frac{n}{1+\alpha/100}$ рублей сегодня. Если процентная ставка не меняется в течение k лет, мы будем считать, что n рублей, полученные через k лет, равными $\frac{n}{(1+\alpha/100)^k}$ рублей сегодня. Будем говорить, что n рублей, полученные через k лет при действующей процентной ставке α процентов в год, приведённые к сегодняшнему дню, составляют $\frac{n}{(1+\alpha/100)^k}$ рублей.

Задача 2. Процентная ставка составляет 15% год. Чему соответствует платёж 200 рублей через пять лет, приведённый к сегодняшнему дню? Сравните с результатами задачи 1.

Задача 3. Процентная ставка составляет 10% годовых. Сколько нужно вернуть денег человеку, занявшему 100 рублей на три года? Все платежи, включая проценты, выплачиваются одновременно, по окончании трёх лет. Запишите полученное решение в терминах платежей, приведённых к сегодняшнему дню.

Задача 4. Процентная ставка по кредиту в банке составляет 15% годовых. Фирма берёт кредит в 100 тысяч долларов. Первый транш фирма получает в момент взятия кредита, он составляет 60 тысяч долларов. Второй транш фирма получает через два года, он составляет 40 тысяч долларов. Вернуть кредит фирма обязуется через пять лет после взятия кредита, проценты по кредиту выплачиваются тогда же. Сколько денег должна фирма вернуть банку? Запишите полученное решение в терминах платежей, приведённых к сегодняшнему дню.

Задача 5. Процентная ставка по кредиту составляет 10% годовых. Фирма берёт кредит в 100 тысяч долларов. Первый транш фирма получает в момент взятия кредита, он составляет 60 тысяч долларов. Второй транш фирма получает через два года, он составляет 40 тысяч долларов. Вернуть кредит фирма обязуется через пять лет после взятия кредита, проценты по кредиту выплачиваются ежегодно. Сколько денег должна вернуть фирма банку?

Определение 2. Чистой приведённой стоимостью называется сумма всех платежей приведённая к сегодняшнему дню по ставке дисконтирования.

Задача 6. Процентная ставка дисконтирования составляет 5% годовых. Ваши инвестиции в проект составили \$130 000, а через год ещё \$105 000. Ещё через год прибыль проекта составила \$347 287,5. Чему равняется чистая приведённая стоимость?

Задача 7. Фирма получила в банке кредит на 100 тысяч долларов. По условию кредита, фирма вернула кредит через четыре года, платёж вместе с процентами составил 146410 долларов. Под какие проценты был взят кредит?

Определение 3. Эффективной процентной ставкой по кредиту называется такая процентная ставка, при которой сумма всех денежных потоков, приведённых к сегодняшнему дню, равна нулю. Полученные деньги считаются со знаком плюс, отданные со знаком минус.

Задача 8. Фирма получила в банке кредит на 100 тысяч долларов. По условию кредита, фирма вернула кредит через четыре года, платёж вместе с процентами составил 146410 долларов. Найдите эффективную процентную ставку. Сравните с решением задачи 7.

Задача 9. Банк обязался оплатить студенту двухлетнее обучение на следующих условиях: за первый год выплачивается \$5 000, за второй – \$7 000, а по окончании двух лет студент должен вернуть банку \$15 000. Найдите эффективную процентную ставку банка.

Задача 10. На развитие бизнеса фирма взяла в банке \$40 000, а затем через год ещё \$20 000. Ещё через год фирма вернула банку \$66 000. Какова эффективная процентная ставка по этому кредиту?

Задача 11. Банк обязался оплатить студенту двухлетнее обучение на следующих условиях: за первый год выплачивается 7.000\$, за второй – 10.000\$, а по окончании двух лет студент должен вернуть банку 20.000\$. Какова эффективная процентная ставка по этому кредиту?

На лекции была выведена формула для вычисления ежегодного платежа в аннуитетной схеме выплат кредита. Кроме того, были выведены формулы для подсчёта полной выплаченной суммы при дифференцированных и аннуитетных платежах. В задачах ниже эти формулы предполагаются известными.

Задача 12. Вы собираетесь взять 1 миллион рублей в кредит для покупки машины. Банк предлагает вам выбрать вариант выплат: дифференцированные или аннуитетные платежи сроком на 5 лет под 15% годовых. Кредит выплачивается платежами раз в год.

- Какова будет первая выплата по кредиту при дифференцированных платежах? А последняя?
- Сколько всего денег вы отдадите банку при дифференцированных платежах?
- Какова будет ежегодная выплата по кредиту при аннуитетных платежах? Сравните с ответом в первом пункте.
- Сколько всего денег вы отдадите банку при аннуитетных платежах? Сравните с ответом во втором пункте.

Задача 13. В условиях предыдущей задачи изменим периодичность выплат: вы выплачиваете кредит каждый месяц (как это и бывает обычно в банке), причём проценты начисляются также ежемесячно (годовая ставка те же 15%).

- Какая будет ежемесячная процентная ставка?
- Какова будет первая выплата по кредиту при дифференцированных платежах? А последняя?
- Сколько всего денег вы отдадите банку при дифференцированных платежах?
- Какова будет ежемесячная выплата по кредиту при аннуитетных платежах? Сравните с ответом во втором пункте.

- (е) Сколько всего денег вы отдадите банку при аннуитетных платежах? Сравните с ответом в третьем пункте.

При расчётах можно пользоваться калькулятором/компьютером.

Задача 14. (*) Банк предлагает вам взять кредит в 100 000 рублей на один год по ставке 10% годовых с ежемесячным начислением процентов и ежемесячными аннуитетными платежами. Плюс за обслуживание счёта вы платите банку 100р ежемесячно. Кроме того, банк обязывает вас выплатить страховку от невыплаты кредита по 250р ежемесячно и отдельно 50р за возможность пользоваться интернет-банкингом для удобной выплаты кредита.

- (а) Какая будет ежемесячная процентная ставка?
- (b) Какова будет ежемесячная выплата по кредиту без учёта дополнительных трат на страховку, обслуживание и интернет-банкинг?
- (с) А какова будет реальная ежемесячная выплата?
- (d) Под какой процент на самом деле банк дал вам кредит?
- (е) На сколько процентных пунктов реклама банка (про 10% годовых) обманывает доверчивого клиента?

При расчётах можно (и даже нужно) пользоваться калькулятором/компьютером.

Дополнительные задания

Задание 1. Научиться искать эффективную процентную ставку при помощи программы Excel. Для этого изучите финансовые функции ВСД и/или ЧИСТВНДОХ (в англоязычной версии XIRR).

Задание 2. Взять условия кредита в любом банке, узнать о дополнительных платежах или попросить расписать схему выплат. Найти эффективную процентную ставку. В работе необходимо указать все источники использованной информации. Не беритесь за это задание, не научившись пользоваться финансовыми функциями Excel или другой программы, вычисление эффективной процентной ставки «вручную» сложная и не всегда решаемая задача, требующая больших вычислений.