

Школа лингвистики, 2020-21 уч. год**Теория вероятностей****Задачи по непрерывным случайным величинам (9.03.2021)***И. В. Щуров, Д. А. Филимонов, Р. Я. Будылин***1 Различные непрерывные случайные величины**

Задача 1. Случайная величина ξ распределена по нормальному закону с параметрами $\mu = 1$ и $\sigma = 2$

- (a) найти вероятность $P(\xi \leq 2)$;
- (b) найти вероятность $P(\xi \leq -1)$;
- (c) найти вероятность $P(\xi \leq -10)$;
- (d) найти вероятность $P(-1 < \xi \leq 2)$;
- (e) найти вероятность $P(2 < \xi \leq 3)$;
- (f) найти вероятность $P(\xi > 2)$;
- (g) найти вероятность $P(\xi > -1)$;

Замечание. Вообще говоря, сумма двух независимых случайных величин, имеющих один и тот же тип распределения, совершенно необязательно имеет то же распределение, что и исходные слагаемые, однако сумма двух независимых нормально распределённых величин также имеет нормальное распределение.

Задача 2. Случайные независимые величины ξ и η распределены по нормальному закону с параметрами $\mu_1 = 1$, $\sigma_1 = 2$ и $\mu_2 = -1$, $\sigma_2 = 3$ соответственно.

- (a) найти $E(\xi + \eta)$, $D(\xi + \eta)$ и $\sigma(\xi + \eta)$.
- (b) найти $E(\xi - \eta)$, $D(\xi - \eta)$ и $\sigma(\xi - \eta)$.
- (c) найти вероятность $P(\xi + \eta \leq 2)$;
- (d) найти вероятность $P(\xi - \eta \leq 2)$;
- (e) найти вероятность $P(-1 < \xi + \eta \leq 2)$;
- (f) найти вероятность $P(-1 < \xi - \eta \leq 2)$;

Задача 3. Случайная величина ξ распределена по нормальному закону с параметрами $\mu = 0$ и $\sigma = 1$. Другая случайная величина $\eta = 3\xi + 2$.

- (a) Чему равны $E(\eta)$, $D(\eta)$ и $\sigma(\eta)$?
- (b) Как связаны функции распределения $F_\xi(x)$ и $F_\eta(x)$? Как они связаны с функцией Лапласа?
- (c) Найти вероятность $P(\eta \leq 2)$;
- (d) найти вероятность $P(\eta \leq -10)$;
- (e) найти вероятность $P(-1 < \eta \leq 2)$;
- (f) найти вероятность $P(\eta > 2)$.
- (g) (*) Выпишите плотность распределения случайной величины η .

Задача 4. Случайная величина ξ распределена по показательному закону с параметром $\lambda = 2$. Другая случайная величина $\eta = 3\xi + 2$.

- (a) Запишите функцию распределения $F_\xi(x)$.
- (b) Как связаны функции распределения $F_\xi(x)$ и $F_\eta(x)$? Выпишите $F_\eta(x)$.
- (c) Найти вероятность $P(\eta \leq 3)$;

- (d) найти вероятность $P(\eta \leq -10)$;
- (e) найти вероятность $P(2 < \eta \leq 3)$;
- (f) найти вероятность $P(\eta > 3)$.
- (g) (*) Выпишите плотность распределения случайной величины ξ и η .

2 Формула Муавра-Лапласа

Задача 5. Производится серия из 5 независимых одинаковых экспериментов. Вероятность удачи в одном эксперименте равна $p = 0.6$. Какова вероятность, что количество удач будет

- (a) ровно 2?
- (b) ровно 3?
- (c) от 1 до 3 включительно?

Задача 6. Производится серия из 2400 независимых одинаковых экспериментов. Вероятность удачи в одном эксперименте равна $p = 0.6$. Какова вероятность, что количество удач будет

- (a) ровно 1400?
- (b) ровно 1500?
- (c) от 1000 до 1400 включительно?
- (d) от 1400 до 1500 включительно?

Дополнительные задачи

Задача 7. Пусть ξ и η независимы и распределены по закону Пуассона с параметрами λ_1 и λ_2 соответственно. Доказать, что $\zeta = \xi + \eta$ распределена по закону Пуассона с параметром $\lambda_1 + \lambda_2$.