

Школа лингвистики, 2020-21 уч. год

Линейная алгебра и математический анализ

Правило Лопиталья. Ряды Тейлора (13.10.2020)

Ю. Г. Кудряшов, И. В. Щуров, А. М. Изосимов, Д. А. Филимонов, Р. Я. Будылин

Некоторые задачи основаны на книге James Stewart, *Calculus Early Transcendentals*, 6e.

Задача 1. Вычислите предел, используя правило Лопиталья.

$$\begin{array}{llll} \text{(a)} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^2 - x}; & \text{(c)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{\sin 5x}; & \text{(e)} \lim_{x \rightarrow 0} x \ln x; & \text{(g)} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - \sin x}{x - \tan x}; \\ \text{(b)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}; & \text{(d)} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{\sqrt{x}}; & \text{(f)} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^{10}}{e^x}; & \text{(h)} \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin x}{1 - \cos x}; \end{array}$$

Задача 2. Разложите следующие функции в ряд Тейлора в окрестности $x = 0$ до членов порядка 3 включительно.

$$\begin{array}{llll} \text{(a)} \sin x; & \text{(d)} (x + 1)^3; & \text{(g)} \sqrt{1 + 2x}; & \text{(j)} x \sin x; \\ \text{(b)} x^2; & \text{(e)} (1 - x)^{-1}; & \text{(h)} \tan x; & \text{(k)} \frac{\sin x}{x}. \\ \text{(c)} x^4; & \text{(f)} \sqrt{1 + x}; & \text{(i)} 2^x; & \end{array}$$

Задача 3. Раскладывая $\cos x$ в ряд Тейлора в окрестности $x = 0$ до членов порядка 4 включительно, вычислите примерное значение $\cos \pi/3$. Насколько оно отличается от реального значения?