

Школа лингвистики, 2020-21 уч. год**Линейная алгебра и математический анализ****Интегрирование по частям. Определённый и несобственный интеграл (09.11.2020/10.11.2020)**

Ю. Г. Кудряшов, И. В. Щуров, А. М. Изосимов, Д. А. Филимонов, Р. Я. Будылин

*Некоторые задачи основаны на книге James Stewart, Calculus Early Transcendentals, 6e.***Задача 1.** Найдите интеграл методом интегрирования по частям.

- (a) $\int x \cos x \, dx$; (d) $\int (x^2 + x - 2) \sin(2x) \, dx$; (g) $\int \operatorname{arctg} x \, dx$;
(b) $\int x e^x \, dx$; (e) $\int \arcsin x \, dx$; (h) $\int \operatorname{arccotg} x \, dx$;
(c) $\int x^2 e^x \, dx$; (f) $\int \arccos x \, dx$; (i) $\int e^x \sin x \, dx$.

Задача 2. Найдите следующие интегралы.

- (a) $\int_1^2 \left(\frac{2}{x} + \frac{1}{2x^{-1}} \right) dx$;
(b) $\int_0^1 (\sqrt{x^3} + \sqrt[3]{x^2}) dx$;
(c) $\int_0^1 (\sin x - x^2) dx$;
(d) $\int_0^1 \frac{2x}{x^2 + 1} dx$;
(e) $\int_0^1 x e^{2x} dx$.

Задача 3. Вычислите площадь криволинейного треугольника под параболой, ограниченного графиками функций $y = x^2$; $y = 0$; $x = 1$ **Задача 4.** Вычислите следующие несобственные интегралы:

- (a) $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^2}$;
(b) $\int_1^{+\infty} 3e^{-3x} dx$;
(c) $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x}}$;

$$(d) \int_0^{+\infty} 3xe^{-3x} dx;$$

$$(e) \int_0^{+\infty} 3x^2e^{-3x} dx;$$

$$(f) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{1+x^2}.$$

Дополнительные задачи

Задача 5. Вычислить интегралы $\int_0^1 f'(x)dx$, $\int_{-\infty}^{+\infty} xf'(x)dx$ и $\int_{-\infty}^{+\infty} x^2f'(x)dx$, где

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -1; \\ \frac{(x+1)^3}{27}, & -1 < x \leq 2; \\ 1, & 2 < x. \end{cases}$$

Задача 6 (**).** Вычислить интеграл $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} dx$