

## Школа лингвистики, 2019-20 уч. год

## Теория вероятностей

## Задачи на совместное распределение дискретных случайных величин (10.02.2020 / 11.02.2020)

И. В. Щуров, Д. А. Филимонов, Р. Я. Будылин

**Задача 1.** Пусть на гранях тетраэдра написаны числа 1, 2, 3, 4. Мы бросаем такой тетраэдр подобно игральному кубику и смотрим на номер грани, на которую он приземлился. Пусть брошено два тетраэдра и  $\xi$  — сумма значений, а  $\eta$  — разность, получаемая вычитанием из первого значения второго (она, разумеется, может оказаться и отрицательной).

- Записать таблицу совместного распределения
- по таблице найти таблицы распределения  $\xi$  и  $\eta$  по отдельности;
- вычислить  $E\xi$ ,  $D\xi$ ,  $\sigma\xi$  и  $E\eta$ ,  $D\eta$ ,  $\sigma\eta$ ;
- вычислить  $Cov(\xi, \eta)$  и  $\rho(\xi, \eta)$ .

**Задача 2.** Пусть взяты два случайных числа из набора  $\{1; 2; 3\}$  (числа могут повторяться) и  $\xi$  — сумма значений, а  $\eta$  — произведение.

- Записать таблицу совместного распределения
- по таблице найти таблицы распределения  $\xi$  и  $\eta$  по отдельности;
- вычислить  $E\xi$ ,  $D\xi$ ,  $\sigma\xi$  и  $E\eta$ ,  $D\eta$ ,  $\sigma\eta$ ;
- вычислить  $Cov(\xi, \eta)$  и  $\rho(\xi, \eta)$ .

**Задача 3.** Дана таблица совместного распределения случайных величин  $\xi$  и  $\eta$ :

	$\xi$	1	2
$\eta$	-1	0.2	0.1
	0	0.3	0.4

- Найти таблицы распределения  $\xi$  и  $\eta$  по отдельности;
- вычислить  $E\xi$ ,  $D\xi$ ,  $\sigma\xi$  и  $E\eta$ ,  $D\eta$ ,  $\sigma\eta$ ;
- вычислить  $Cov(\xi, \eta)$  и  $\rho(\xi, \eta)$ .

**Задача 4.** Пусть исследуются вопросы знания редкого языка. Есть данные по тому, с какой вероятностью человек знает язык или нет (это, разумеется, очень сильно упрощённая модель). Значение величины  $\eta$  это 1, если выбранный человек знает язык и 0, если не знает. Значение величины  $\xi$  — его возрастная группа (30 если возраст от 20 до 40 лет и т.д.). Дана таблица совместного распределения случайных величин  $\xi$  и  $\eta$ :

	$\xi$	10	30	50	70
$\eta$	0	0.14	0.1	0.04	0.06
	1	0.1	0.3	0.2	0.06

- Найти таблицы распределения  $\eta|_{\xi=10}$ ,  $\eta|_{\xi=30}$ ,  $\eta|_{\xi=50}$ , и  $\eta|_{\xi=70}$ ;
- вычислить математические ожидания этих условных случайных величин;
- нарисовать график регрессии  $\eta$  на  $\xi$ .

## Дополнительные задачи

**Задача 5.** Найти дисперсию числа пар подряд выпавших орлов в 100 бросках.