

Школа лингвистики, 2019-20 уч. год**Теория вероятностей****Дискретные случайные величины (27.01.2020/28.01.2020)***И. В. Щуров, Д. А. Филимонов, Р. Я. Будылин*

Задача 1. Эксперимент состоит в бросании двух кубиков. Даны две случайные величины: ξ — сумма очков на двух кубиках и η — произведение очков на двух кубиках.

- (а) Построить таблицы распределения ξ и η
- (б) Построить соответствующие многоугольники распределения

Задача 2. Рассмотрим урновую схему: в урне лежит 5 белых и 4 чёрных шара. Вытаскивается 3 шара, случайная величина: ξ — количество белых шаров.

- (а) Построить таблицу распределения ξ
- (б) Построить соответствующий многоугольник распределения

Задача 3. Эксперимент состоит в бросании 5 монет. Будем считать, что орлу соответствует ноль, а решке единица. Даны две случайные величины: ξ — сумма полученных чисел и η — произведение.

- (а) Построить таблицы распределения ξ и η
- (б) Построить соответствующие многоугольники распределения

Задача 4. Найти математические ожидания, дисперсии и средние квадратичные отклонения для случайных величин из предыдущих задач.

Задача 5. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратичное отклонение случайной величины, заданной таблицей:

(а)

ξ	-1	0	1	2
p	0.1	0.2	0.3	0.4

(б)

ξ	-10	0	10
p	0.7	0.1	0.2

(с)

ξ	0.1	0.2	0.3	0.4
p	0.4	0.3	0.2	0.1

Задача 6. Пусть теперь бросается 100 кубиков. Случайная величина ξ — сумма очков на всех кубиках.

- (а) Построить таблицу распределения ξ_i — значению только на i -ом кубике
- (б) Найти математическое ожидание $E\xi_i$ и дисперсию $D\xi_i$
- (с) Найти математическое ожидания $E\xi$ и дисперсию $D\xi$

Задача 7. Выпишите чему равна дисперсия суммы двух величин в случае, если про их независимость ничего неизвестно.

Задача 8. Случайные величины ξ и η распределены как указано в таблице.

ξ	2	4
p	0.4	0.6
η	3	1
p	0.1	0.9

Пусть дополнительно известно, что события $\{\xi = 2\}$ и $\{\eta = 3\}$ являются независимыми. Рассмотрим случайную величину $\zeta = \xi\eta$.

- (a) Найти математические ожидания $E\xi$ и $E\eta$;
- (b) Найти дисперсии $D\xi$ и $D\eta$.
- (c) Найти ряд распределения случайной величины ζ . (Подсказка: воспользоваться теоремой о произведении вероятностей независимых событий.)
- (d) Найти дисперсию $D\zeta$.
- (e) Найти математическое ожидание $E\zeta$ и сравнить его с произведением математических ожиданий $E\xi$ и $E\eta$.
- (f) Пользуясь формулой $D\xi = E(\xi^2) - (E\xi)^2$, объяснить, почему в данной задаче выполняется равенство $D(\xi + \eta) = D\xi + D\eta$.
- (g) Привести пример случайных величин, для которых такое равенство не выполняется.

Задача 9. Пусть в корзине 100 шаров: 60 белых и 40 чёрных. Мы вытащили из корзины 3 шара. Найти математическое ожидание числа черных шаров среди вытащенных.

Дополнительные задачи

Задача 10. Пусть мы бросили монету 100 раз. Найти математическое ожидание числа орлов, после которых выпала решка.

Задача 11. Для случайной величины из предыдущей задачи подсчитать дисперсию.

Задача 12. Мы бросаем наугад 1000 шариков в 100 корзин (для каждого шарика вероятность попасть в любую из корзин одинакова). Найти математическое ожидание количества корзин с ровно 10 шариками.