Школа лингвистики, 2018-19 уч. год
Теория вероятностей
Задачи по непрерывным случайным величинам (05.02.2019)

И. В. Щуров, Д. А. Филимонов, Р. Я. Будылин

1 Различные непрерывные случайные величины

Замечание. *На лекции параметры нормальной случайной величины были обозначены как m и b, однако в статистике принято первый параметр обозначать за μ, а второй параметр обозначать через σ. Последнее обозначение совпадает с обозначением стандартного отклонения, но, поскольку стандартное отклонение в точности равно второму параметру, это небольшое злоупотребление обозначениями не вносит неоднозначности.*

Задача 1. Случайная величина ξ распределена по нормальному закону с параметрами $\mu = 1$ и $\sigma = 2$

(a) найти вероятность $P(\xi < 2)$;
(b) найти вероятность $P(\xi < -1)$;
(c) найти вероятность $P(\xi < -10)$;
(d) найти вероятность $P(-1 \leqslant \xi < 2)$;
(e) найти вероятность $P(2 \leqslant \xi < 3$;
(f) найти вероятность $P(\xi \geqslant 2)$;
(g) найти вероятность $P(\xi \geqslant -1)$;

Замечание. *Вообще говоря, сумма двух независимых случайных величин, имеющих один и тот же тип распределения, совершенно необязательно имеет то же распределение, что и исходные слагаемые, однако сумма двух независимых* нормально *распределённых величин также имеет* нормальное *распределение.*

Задача 2. Случайные независимые величины ξ и η распределены по нормальному закону с параметрами $\mu_1 = 1$, $\sigma_1 = 2$ и $\mu_2 = -1$ $\sigma_2 = 3$ соответственно.

(a) найти $E(\xi + \eta)$, $D(\xi + \eta)$ и $\sigma(\xi + \eta)$.
(b) найти $E(\xi - \eta)$, $D(\xi - \eta)$ и $\sigma(\xi - \eta)$.
(c) найти вероятность $P(\xi + \eta < 2)$;
(d) найти вероятность $P(\xi - \eta < 2)$;
(e) найти вероятность $P(-1 \leqslant \xi + \eta < 2)$;
(f) найти вероятность $P(-1 \leqslant \xi - \eta < 2)$;

Задача 3. Случайная величина ξ распределена по нормальному закону с параметрами $\mu = 0$ и $\sigma = 1$. Другая случайная величина $\eta = 3\xi + 2$.

(a) Чему равны $E(\eta)$, $D(\eta)$ и $\sigma(\eta)$?
(b) Как связаны функции распределения $F_\xi(x)$ и $F_\eta(x)$? Как они связаны с функцией Лапласа?
(c) Найти вероятность $P(\eta < 2)$;
(d) найти вероятность $P(\eta < -10)$;
(e) найти вероятность $P(-1 \leqslant \eta < 2)$;
(f) найти вероятность $P(\eta \geqslant 2)$.
(g) (*) Выпишите плотность распределения случайной величины η.

Задача 4. Случайная величина ξ распределена по показательному закону с параметром $\lambda = 2$. Другая случайная величина $\eta = 3\xi + 2$.

(a) Запишите функцию распределения $F_\xi(x)$.
(b) Как связаны функции распределения $F_\xi(x)$ и $F_\eta(x)$? Выпишите $F_\eta(x)$.
(c) Найти вероятность $P(\eta < 2)$;
(d) найти вероятность $P(\eta < -10)$;
(e) найти вероятность $P(-1 \leqslant \eta < 2)$;
(f) найти вероятность $P(\eta \geqslant 2)$.
(g) (*)Выпишите плотность распределения случайной величины ξ и η.

2 Формула Муавра-Лапласа

Задача 5. Производится серия из 5 независимых одинаковых экспериментов. Вероятность удачи в одном эксперименте равна $p = 0.6$ Какова вероятность, что количество удач будет

(a) ровно 2?
(b) ровно 3?
(c) от 1 до 3 включительно?

Задача 6. Производится серия из 2400 независимых одинаковых экспериментов. Вероятность удачи в одном эксперименте равна $p = 0.6$ Какова вероятность, что количество удач будет

(a) ровно 1400?
(b) ровно 1500?
(c) от 1000 до 1400 включительно?
(d) от 1400 до 1600 включительно?

Дополнительные задачи

Задача 7. Пусть ξ и η независимы распределены по закону Пуассона с параметрами λ_1 и λ_2 соответственно. Доказать, что $\zeta = \xi + \eta$ распределена по закону Пуассона с параметром $\lambda_1 + \lambda_2$.