

**Школа лингвистики, 2018-19 уч. год****Теория вероятностей****Дискретные случайные величины (29.01.2019)***И. В. Щуров, Д. А. Филимонов, Р. Я. Будылин*

**Задача 1.** Эксперимент состоит в бросании двух кубиков. Даны две случайные величины:  $\xi$  — сумма очков на двух кубиках и  $\eta$  — произведение очков на двух кубиках.

- (а) Построить таблицы распределения  $\xi$  и  $\eta$
- (б) Построить соответствующие многоугольники распределения

**Задача 2.** Рассмотрим урновую схему: в урне лежит 5 белых и 4 чёрных шара. Вытаскивается 3 шара, случайная величина:  $\xi$  — количество белых шаров.

- (а) Построить таблицу распределения  $\xi$
- (б) Построить соответствующий многоугольник распределения

**Задача 3.** Эксперимент состоит в бросании 5 монет. Будем считать, что орлу соответствует ноль, а решке единица. Даны две случайные величины:  $\xi$  — сумма полученных чисел и  $\eta$  — произведение.

- (а) Построить таблицы распределения  $\xi$  и  $\eta$
- (б) Построить соответствующие многоугольники распределения

**Задача 4.** Найти математические ожидания, дисперсии и средние квадратичные отклонения для случайных величин из предыдущих задач.

**Задача 5.** Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратичное отклонение случайной величины, заданной таблицей:

- (а) 

$\xi$	-1	0	1	2
p	0.1	0.2	0.3	0.4
- (б) 

$\xi$	-10	0	10
p	0.7	0.1	0.2
- (с) 

$\xi$	0.1	0.2	0.3	0.4
p	0.4	0.3	0.2	0.1

**Задача 6.** Пусть теперь бросается 100 кубиков. Случайная величина  $\xi$  — сумма очков на всех кубиках.

- (а) Построить таблицу распределения  $\xi_i$  — значению только на  $i$ -ом кубике
- (б) Найти математическое ожидание  $E\xi_i$  и дисперсию  $D\xi_i$
- (с) Найти математическое ожидания  $E\xi$  и дисперсию  $D\xi$

**Задача 7.** Выпишите чему равна дисперсия суммы двух величин в случае, если про их независимость ничего неизвестно.

**Задача 8.** Случайные величины  $\xi$  и  $\eta$  распределены как указано в таблице.

$\xi$	2	4
p	0.4	0.6
$\eta$	3	1
p	0.1	0.9

Пусть дополнительно известно, что события  $\{\xi = 2\}$  и  $\{\eta = 3\}$  являются независимыми. Рассмотрим случайную величину  $\zeta = \xi\eta$ .

- (a) Найти математические ожидания  $E\xi$  и  $E\eta$ ;
- (b) Найти дисперсии  $D\xi$  и  $D\eta$ .
- (c) Найти ряд распределения случайной величины  $\zeta$ . (Подсказка: воспользоваться теоремой о произведении вероятностей независимых событий.)
- (d) Найти дисперсию  $D\zeta$ .
- (e) Найти математическое ожидание  $E\zeta$  и сравнить его с произведением математических ожиданий  $E\xi$  и  $E\eta$ .
- (f) Пользуясь формулой  $D\xi = E(\xi^2) - (E\xi)^2$ , объяснить, почему в данной задаче выполняется равенство  $D(\xi + \eta) = D\xi + D\eta$ .
- (g) Привести пример случайных величин, для которых такое равенство не выполняется.

**Задача 9.** Пусть в корзине 100 шаров: 60 белых и 40 чёрных. Мы вытащили из корзины 3 шара. Найти математическое ожидание числа черных шаров среди вытащенных.

## Дополнительные задачи

**Задача 10.** Пусть мы бросили монету 100 раз. Найти математическое ожидание числа орлов, после которых выпала решка.

**Задача 11.** Для случайной величины из предыдущей задачи подсчитать дисперсию.

**Задача 12.** Мы бросаем наугад 1000 шариков в 100 корзин (для каждого шарика вероятность попасть в любую из корзин одинакова). Найти математическое ожидание количества корзин с ровно 10 шариками.