

**Школа лингвистики, 2018-19 уч. год****Дискретная математика для лингвистов****Шестой и седьмой семинар (22 и 24 сентября 2018)***В. В. Кочергин, Ю. Г. Кудряшов, А. В. Михайлович, И. В. Щуров, И. А. Хованская***Формула включений и исключений**

**Задача 1.** На одной из кафедр университета работают 13 человек, причём каждый из них знает хотя бы один иностранный язык. Десять человек знают английский, семеро — немецкий, шестеро — французский, пятеро знают английский и немецкий, четверо — английский и французский, трое — немецкий и французский. Выяснить:

- (а) сколько человек знают все три языка;
- (б) сколько человек знают ровно два языка;
- (с) сколько человек знают только английский язык.

**Задача 2.** (а) Найти число целых положительных чисел, не превосходящих 1000 и не делящихся ни на одно из чисел 3, 5 и 7.

- (б) Найти число целых положительных чисел, не превосходящих 1000 и не делящихся ни на одно из чисел 6, 10, 15.
- (с) Найти число простых чисел, не превосходящих 100.

**Задача 3.** Пусть  $U$  — множество из  $n$  ( $n \geq 3$ ) элементов.

- (а) Найти число пар  $(X, Y)$  таких подмножеств множества  $U$ , что  $X \cap Y = \emptyset$ .
- (б) Найти число пар  $(X, Y)$  таких подмножеств множества  $U$ , что  $|X \Delta Y| = 1$ .
- (с) Найти число пар  $(X, Y)$  таких подмножеств множества  $U$ , что  $X \cap Y = \emptyset$ ,  $|X| \geq 2$ ,  $|Y| \geq 3$ .
- (д) Найти число пар  $(X, Y)$  таких подмножеств множества  $U$ , что  $|X \Delta Y| = 1$ ,  $|X| \geq 2$ ,  $|Y| \geq 3$ .

**Задача 4.** Сколькими способами можно расположить за столом шесть супружеских пар так, чтобы мужчины и женщины чередовались и никакие двое супругов не сидели рядом?

**Комбинаторика и вероятность**

**Задача 5.** Буквы Т, Е, И, Я, Р, О написаны на отдельных карточках. Ребёнок берет карточки в случайном порядке и прикладывает одну к другой.

- (а) Если ребёнок берет 3 карточки, какова вероятность, что получится слово «ТОР»?
- (б) Если ребёнок берет все 6 карточек, какова вероятность, что получится слово «ТЕОРИЯ»?

**Задача 6.** На столе лежат три карточки с буквой «А», две карточки с буквой «Н» и одна карточка с буквой «С». Какова вероятность, что ребёнок из предыдущей задачи соберет из них слово «АНАНАС»?

**Задача 7.** В корзине пять красных и четыре зеленых шара. Валентина Ильинична наугад вытащила три шара. (После извлечения шара из корзины он откладывается в сторону и назад в корзину не возвращается.) Какова вероятность, что все три шара окажутся

- а) красными?    б) зелеными?    с) синими?

**Задача 8.** В корзине семь красных и три зеленых шара. Наугад вытащили 4 шара. Какова вероятность, что среди них есть два красных и два зеленых шара?

### Вероятность

**Задача 9.** Игральный кубик бросили один раз. Перечислить элементарные исходы, благоприятные следующим событиям.

- (a) на кубике выпала шестёрка
- (b) на кубике выпало количество очков, меньше двух
- (c) на кубике выпало чётное количество очков
- (d) на кубике выпало больше трёх очков
- (e) на кубике выпало семь очков

**Задача 10.** Монетку подбросили два раза. Нас интересует, какой стороной вверх падала монетка: орлом или решкой, интересна и последовательность выпадений, т.е. выпадение сначала орла, потом решки мы отличаем от выпадения сначала решки, а потом орла. Значит, элементарные исходы в этом испытании такие: Решка-Решка, Решка-Орёл, Орёл-Решка, Орёл-Орёл. Мы будем для краткости обозначать их РР, РО, ОР, ОО. Являются ли событиями в этой системе элементарных исходов такие происшествия:

- (a) выпало два орла
- (b) в первый раз выпал орёл
- (c) выпала хотя бы одна решка
- (d) орёл не выпадал ни разу
- (e) орёл выпадал в большем количестве случаев, чем решка

Для тех происшествий, которые являются событиями, перечислите элементарные исходы, им благоприятные.

**Задача 11.** Рассмотрим следующие ситуации:

- (a) Монетку подкидывают 5 раз. Нас интересует, какой стороной вверх падала монетка: орлом или решкой, интересна и последовательность выпадений, т.е. выпадение сначала орла, потом решки мы отличаем от выпадения сначала решки, а потом орла. Сколько элементарных исходов в этом испытании?
- (b) А если монетку подкидывают 6 раз?
- (c) Из стандартной колоды игральных карт вытаскивают случайную карту, записывают её масть, и возвращают карту в колоду. Потом колоду перемешивают, еще раз вытаскивают случайную карту и снова записывают её масть. Сколько элементарных исходов в этом испытании?
- (d) А если это происходит не 2 раза, а 5 раз?

**Задача 12.** Рассмотрим следующее случайное испытание: монетка подкидывается четыре раза. Нас интересует, какой стороной вверх она падала: орлом или решкой, интересна и последовательность выпадений, т.е. выпадение сначала орла, потом решки мы отличаем от выпадения сначала решки, а потом орла. Какой будет система элементарных исходов? Какие из следующих происшествий являются событиями в этой системе исходов? Для тех происшествий, которые являются событиями, перечислите, какие элементарные исходы им благоприятствуют.

- (a) В первый раз выпал орел.

- (b) Во второй раз выпала решка.
- (c) В первый раз выпал орел, а во второй раз выпала решка.
- (d) В первый раз выпал орел, а после третьего бросания монетка погнулась.
- (e) Все четыре раза монетка выпала одной и той же стороной.
- (f) В первый раз выпало не то, что в четвертый, а во второй — не то, что в третий.
- (g) Монетка зависла в воздухе на четвертое бросание.

**Задача 13.** В условиях задачи 12 определим события  $A$  и  $B$ . Перечислить элементарные исходы, благоприятствующие событиям  $A$ ,  $B$ ,  $A \cap B$ ,  $A \cup B$ :

- (a)  $A$ =«Выпала хотя бы одна решка»,  $B$ =«Выпало ровно пять орлов»
- (b)  $A$ =«При первом бросании выпал орел»,  $B$ =«При втором бросании выпала решка»
- (c)  $A$ =«Выпал хотя бы один орел»,  $B$ =«Выпало ровно три решки»
- (d)  $A$ =«Выпало меньше двух орлов»,  $B$ =«Орлов выпало больше, чем решек».

**Задача 14.** Стандартный игральный кубик подкинули два раза. Нас интересует, сколько очков выпадало на кубике, интересна и последовательность выпадений, т.е. выпадение сначала шестёрки, потом единички мы отличаем от выпадения сначала единички, а потом шестёрки. Пусть событие  $A$  — в первый раз выпало пять очков, событие  $B$  — хотя бы раз выпадало чётное количество очков. Опишите элементарные исходы, удовлетворяющие

- (a) событию  $AB$  (оба события произошли)
- (b) событию  $A + B$  (произошло хотя бы одно из событий).