

Школа лингвистики, 2018-19 уч. год
Дискретная математика для лингвистов
24 семинар (3 декабря 2018 года)

В. В. Кочергин, Ю. Г. Кудряшов, А. В. Михайлович, И. В. Щуров, И. А. Хованская

Задача 1. Построить диаграмму (желательно, самую простую), задающую следующие языки над алфавитом $\{a, b\}$ (если отдельно не указан другой алфавит).

- (a) Слово $abbbababb$ (и никакие другие).
- (b) Слово $abbbababb$ или слово $bbabbaa$ (и никакие другие).
- (c) Слово $ababb$, повторённое сколько угодно раз, то есть все слова вида « \ast », « $ababb$ », « $ababbababb$ », « $ababbababbababb$ » и т.д.
- (d) Все возможные слова, состоящие из букв a и b .
- (e) Непустые слова, содержащие только букву « a » (одну или много) и никаких других букв.
- (f) Все слова, начинающиеся с буквы a .
- (g) Все слова, начинающиеся с буквы a и заканчивающиеся буквой b .
- (h) Слова в алфавите из трёх букв $\{a, b, c\}$, в которых встречается хотя бы раз подслово $abac$.
- (i) Все слова, начинающиеся с буквы a , и такие, что после любой буквы b должна следовать буква a .
- (j) Все слова, получающиеся следующей процедурой. Запишем произвольное слово из букв A и B . Затем заменим каждое вхождение буквы A на $abba$, а каждое вхождение слова B на aab .
- (k) Все слова, содержащие чётное число букв.
- (l) Слова, содержащие хотя бы три буквы a и не содержащие никаких других букв.
- (m) Слова, содержащие чётное количество букв a (и, возможно, какое-то количество букв b).
- (n) Слова над алфавитом $\{a, b, c, d\}$, в которых встречаются буквы a и b , причём первое вхождение a встречается раньше, чем первое вхождение b .
- (o) Слова, в которых запрещено ставить три буквы a подряд.

Задача 2. Постройте диаграмму, реализующий тот же язык, что и регулярное выражение.

- (a) $(\{a\}\{a\} \cup \{b\}\{b\})^*$;
- (b) $(\{a\} \cup \{b\})^*\{a\}$;
- (c) $(\{a\} \cup \{b\})^*\{a\}(\{a\} \cup \{b\})(\{a\} \cup \{b\})$;
- (d) $(\{a\} \cup \{b\})^*\{a\}(\{a\}\{a\} \cup \{b\}\{b\})$.

Задача 3. Пусть $A = \{a, b\}$, L_1 — некоторый язык над алфавитом A . Пусть $B = \{c, d, e, f\}$, α, β — слова над алфавитом B . Язык L_2 получен из языка L_1 заменой буквы a на слово α , а буквы b на слово β . Язык L_1 является регулярным. Является ли регулярным язык L_2 ?

Задача 4. Построить конечный автомат, как можно более простую диаграмму и регулярное выражение, описывающее язык L_1 над алфавитом $A = \{a, b, c\}$, который содержит только те слова, которые не содержат одновременно все три буквы (в любом порядке) и язык \mathbf{CL}_1 .

Задача 5. Пусть $A = \{a, b, c\}$, $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$, $Q' = \{q_3, q_4\}$, функция $G : A \times Q \rightarrow Q$ задаётся следующим образом:

$$\begin{aligned}G(a, q_0) &= q_0; \\G(b, q_0) &= q_2; \\G(a, q_1) &= q_1; \\G(b, q_1) &= q_4; \\G(a, q_2) &= q_1; \\G(b, q_2) &= q_3; \\G(a, q_3) &= q_4; \\G(b, q_3) &= q_1; \\G(a, q_4) &= q_2; \\G(b, q_4) &= q_0.\end{aligned}$$

Нарисовать диаграмму для автомата (A, Q, G, q_0, Q') и написать регулярное выражение для языка L , представимого этим автоматом. Построить автомат для языков L^* , CL , языка L_2 , состоящего из слов языка L , прочитанных в обратном порядке.

Задача 6. Доказать, что язык, содержащий только слова, в котором букв a больше, чем букв b , не является регулярным.