

**Школа лингвистики, 2018-19 уч. год****Дискретная математика для лингвистов****23 семинар (1 декабря 2018 года)**

*В. В. Кочергин, Ю. Г. Кудряшов, А. В. Михайлович, И. В. Щуров, И. А. Хованская*

**Задача 1.** (а) Построить диаграмму, задающую язык  $L_1L_2$ , если  $L_1 = \{ab, cd\}$ ,  $L_2 = \{e, f\}$ ;

(б) Построить диаграмму, задающую язык  $L^*$ , если  $L = \{aba\}$ ;

(в) Построить диаграмму, задающую язык  $L^*$ , если  $L = \{aba, abb, aab\}$ ;

(г) Построить диаграмму, задающую язык  $L_1L_2$ , если  $L_1 = \{ab\}^*$ ,  $L_2 = \{ad, cd\}$ .

**Задача 2.** Являются ли следующие языки регулярными? Если да, то постройте как можно более простую диаграмму, задающую следующие языки над алфавитом  $\{a, b\}$ .

(а) Все возможные слова, состоящие из букв  $a$  и  $b$ .

(б) Все слова, начинающиеся с буквы  $a$ .

(в) Все слова, начинающиеся с буквы  $a$ , и такие, что после любой буквы  $b$  должна следовать буква  $a$ .

(г) Все слова, начинающиеся с буквы  $a$  и заканчивающиеся буквой  $b$ .

(д) Слово  $abbbababb$  (и никакие другие).

(е) Слово  $abbbababb$  или слово  $bbabbaa$  (и никакие другие).

(ж) Слово  $ababb$ , повторённое сколько угодно раз, то есть все слова вида « $\dots$ », « $ababb$ », « $ababbababb$ », « $ababbababbababb$ » и т.д.

(з) Все слова, получающиеся следующей процедурой. Запишем произвольное слово из букв  $A$  и  $B$ . Затем заменим каждое вхождение буквы  $A$  на  $abba$ , а каждое вхождение слова  $B$  на  $aab$ .

(и) Все слова, содержащие чётное число букв.

**Задача 3.** Являются ли следующие языки регулярными? Если да, то постройте диаграмму для них.

(а) Непустые слова, содержащие только букву « $a$ » (одну или много) и никаких других букв.

(б) Слова, содержащие хотя бы три буквы « $a$ » и не содержащие никаких других букв.

(в) Слова, содержащие чётное количество букв « $a$ » (и, возможно, какое-то количество букв « $b$ »).

(г) Слова, длина которых делится на 3.

(д) Слова, начинающиеся и заканчивающиеся на букву « $b$ ».

(е) Слова, в которых встречаются буквы « $a$ » и « $b$ », причём первое вхождение « $a$ » встречается раньше, чем первое вхождение « $b$ ».

(ж) Слова, в которых запрещено ставить три буквы « $a$ » подряд.

(з) Слова, в которых встречается хотя бы раз подслово « $aba$ ».

(и) Слова в алфавите из трёх букв  $\{a, b, c\}$ , в которых встречается хотя бы раз подслово « $abac$ ».

**Задача 4.** Доказать, что язык, содержащий только слова, в котором букв « $a$ » больше, чем букв « $b$ », не является регулярным.