

Школа лингвистики, 2016-17 уч. год**Теория вероятностей****Формула полной вероятности и формула Байеса (20.01.2017)***И. В. Щуров, Д. А. Филимонов, Р. Я. Будылин*

Задача 1. У меня в кармане три монетки. Две нормальные, а одна с двумя орлами. Я достал одну монетку наугад и подбросил её.

- (а) Какова вероятность, что выпадет орёл?
- (б) Допустим, что выпал орёл. Какова вероятность, что я достал «нормальную» монетку?
- (с) Я подкинул ту же монетку еще раз, и снова выпал орёл. Какова теперь вероятность, что я достал нормальную монетку?
- (д) Я подкинул ту же монетку еще раз, и выпала решка. Какова теперь вероятность, что я достал нормальную монетку?

Задача 2. В космосе летают метеориты двух сортов — тяжелые и легкие, причем тяжелые встречаются втрое чаще легких. Если в спутник GPS попадёт легкий метеорит, он с вероятностью 70% останется на орбите, и с вероятностью 30% упадёт в океан, а если тяжелый — то он с вероятностью 90% упадет в океан, а с вероятностью 10% останется на орбите.

- (а) В спутник попал метеорит. С какой вероятностью он окажется на дне морском?
- (б) Допустим, мы знаем из новостей, что спутник упал в океан из-за столкновения с каким-то метеоритом. С какой вероятностью это был легкий метеорит?

Задача 3. Для фильтрации спама используются так называемые *байесовские фильтры*. Простейший механизм работы такого фильтра выглядит следующим образом. Допустим, есть некоторое слово-маркер, характерное для спаммерских писем. Если это слово встречается в сообщении, это увеличивает вероятность того, что письмо является спаммерским. Для расчёта вероятности используется формула Байеса.

Предположим, что всего 10% от всех писем являются спаммерскими, причём слово-маркер встречается в 95% спаммерских писем и в 10% неспаммерских. Если это слово встретилось в письме, какова вероятность того, что оно спаммерское?

Задача 4. Один из 100 тысяч людей — террорист. Система Обнаружения Террористов, разработанная компания SecurityForever по заказу ФБР за 2 миллиарда долларов, автоматически распознает лица всех людей, проходящих паспортный контроль в аэропортах, и сверяет их с Базой Данных Всех Террористов. Система очень хорошая, и если человек действительно входит в Базу Данных Всех Террористов, она его идентифицирует как террориста с вероятностью 95%, а если человек не входит в Базу Данных, то она его идентифицирует как террориста с вероятностью 0.5%. Пассажир был идентифицирован системой как террорист — какова вероятность, что он действительно террорист?

Задача 5. На улице расположены подряд 2 светофора. Каждый устроен так, что зеленый свет горит в нем две трети времени. Автомобилист заметил, что когда он проезжает первый светофор на зеленый, то в 3 из 4 случаях и второй светофор его не задерживает. Допустим, что автомобилист проскочил на красный. Какова вероятность того, что и на втором светофоре будет красный?

Задача 6. В одном маленьком городке полиция разыскивает бродягу. Можно считать, что есть 4 шанса из 5, что он находится в одном из 8 баров городка, безразлично в каком - он не отдает предпочтения ни одному из них. Двое полицейский посетили семь баров, но бродягу не обнаружили. Каковы шансы найти его в восьмом баре?