

## Школа лингвистики, 2016-17 уч. год

## Линейная алгебра и математический анализ

О\_о: *O*-большое и *o*-малое (30.09.2016)

Ю. Г. Кудряшов, И. В. Щуров, А. М. Изосимов, Д. А. Филимонов, Р. Я. Будылин

Говорят, что функция  $f$  есть *O*-большое от функции  $g$  при<sup>1</sup>  $x \rightarrow +\infty$ , если существует константа  $C$ , такая что для достаточно больших значений  $x$  выполнено  $|f(x)| \leq C|g(x)|$ .

Говорят, что функция  $f$  есть *o*-малое от функции  $g$  при  $x \rightarrow +\infty$ , если  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = 0$ .

**Задача 1.** Какие из следующих равенств верны при  $x \rightarrow +\infty$ ?

- |                       |  |
|-----------------------|--|
| (a) $1 = O(1)$ ;      | (n) $x^2 = o(x)$ ;                               |
| (b) $1 = o(1)$ ;      | (o) $\log x = O(x)$ ;                            |
| (c) $1 = O(1\,000)$ ; | (p) $\log x = o(x)$ ;                            |
| (d) $1 = o(1\,000)$ ; | (q) $x = O(e^x)$ ;                               |
| (e) $1 = O(x)$ ;      | (r) $x = o(e^x)$ ;                               |
| (f) $1 = o(x)$ ;      | (s) $\sin x = o(x)$ ;                            |
| (g) $1 = O(0)$ ;      | (t) $\sin x = O(1)$ ;                            |
| (h) $1 = o(0)$ ;      | (u) $\sin x = o(1)$ ;                            |
| (i) $0 = O(1)$ ;      | (v) $x^3 + 100x^2 - 23x + 5 = O(x^3)$ ;          |
| (j) $0 = o(1)$ ;      | (w) $x^3 + 100x^2 - 23x + 5 = o(x^3)$ ;          |
| (k) $x = O(x^2)$ ;    | (x) $x^3 + 100x^2 - 23x + 5 = o(x^4)$ ;          |
| (l) $x = o(x^2)$ ;    | (y) $(x^3 + 100x^2 - 23x + 5) \sin x = O(x^3)$ ; |
| (m) $x^2 = O(x)$ ;    | (z) $(x^3 + 100x^2 - 23x + 5) \sin x = o(x^4)$ . |

**Задача 2.** Какие из следующих утверждений верны при  $x \rightarrow +\infty$ ?

- Если  $f(x) = O(g(x))$ , то  $f(x) = o(g(x))$ .
- Если  $f(x) = o(g(x))$ , то  $f(x) = O(g(x))$ .
- Если  $f(x) = O(g(x))$ , то  $g(x) = O(f(x))$ .
- Если  $f(x) = O(g(x))$ , то  $f(x)h(x) = O(g(x)h(x))$ .
- Если  $f_1(x) = O(g(x))$  и  $f_2(x) = O(g(x))$ , то  $f_1(x) + f_2(x) = O(g(x))$ .
- Если  $f_1(x) = O(g(x))$  и  $f_2(x) = O(g(x))$ , то  $f_1(x) \cdot f_2(x) = O(g(x))$ .
- Если  $f_1(x) = o(g(x))$  и  $f_2(x) = o(g(x))$ , то  $f_1(x) + f_2(x) = o(g(x))$ .
- Если  $f_1(x) = O(g(x))$  и  $f_2(x) = o(g(x))$ , то  $f_1(x) \cdot f_2(x) = o(g(x))$ .
- Если  $f_1(x) = O(g_1(x))$  и  $f_2(x) = O(g_2(x))$ , то  $f_1(x) \cdot f_2(x) = O(g_1(x) \cdot g_2(x))$ .
- Если  $f_1(x) = O(g_1(x))$  и  $f_2(x) = o(g_2(x))$ , то  $f_1(x) \cdot f_2(x) = o(g_1(x) \cdot g_2(x))$ .
- Если  $f_1(x) = O(g_1(x))$  и  $f_2(x) = O(g_2(x))$ , то  $f_1(x) + f_2(x) = O(g_1(x) + g_2(x))$ .
- Если  $f_1(x) = o(g_1(x))$  и  $f_2(x) = o(g_2(x))$ , то  $f_1(x) + f_2(x) = O(g_1(x) + g_2(x))$ .
- Если  $f(x) = O(g(x))$  и  $g(x) = O(h(x))$ , то  $f(x) = O(h(x))$ .
- Если  $f(x) = O(g(x))$  и  $g(x) = o(h(x))$ , то  $f(x) = o(h(x))$ .
- Если  $f(x) = O(g(x))$  и  $g(x) = O(h(x))$ , то  $f(x) = o(h(x))$ .
- Если  $f(x) = o(g(x))$  и  $g(x) = O(h(x))$ , то  $f(x) = o(h(x))$ .

<sup>1</sup>Аналогично определяются  $O(g)$  и  $o(g)$  и при  $x \rightarrow -\infty$ ,  $x \rightarrow \infty$ ,  $x \rightarrow 0$ ,  $x \rightarrow a$ .