

Школа лингвистики, 2015-16 уч. год

Линейная алгебра и математический анализ

Семинар 9. Правило Лопиталю. Ряды Тейлора (11 апреля 2014)

Ю. Г. Кудряшов, И. В. Щуров, А. М. Изосимов, Д. А. Филимонов, Р. Я. Будылин

Некоторые задачи основаны на книге James Stewart, *Calculus Early Transcendentals*, 6e.

Задача 1. Вычислите предел, используя правило Лопиталю.

$$\begin{array}{llll}
 \text{(a)} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^2 - x}; & \text{(c)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{\sin 5x}; & \text{(e)} \lim_{x \rightarrow 0} x \ln x; & \text{(g)} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - \sin x}{x - \tan x}; \\
 \text{(b)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}; & \text{(d)} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{\sqrt{x}}; & \text{(f)} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^{10}}{e^x}; & \text{(h)} \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin x}{1 - \cos x};
 \end{array}$$

Задача 2. Разложите следующие функции в ряд Тейлора в окрестности $x = 0$ до членов порядка 3 включительно.

$$\begin{array}{llll}
 \text{(a)} \sin x; & \text{(d)} (x + 1)^3; & \text{(g)} \sqrt{1 + 2x}; & \text{(j)} x \sin x; \\
 \text{(b)} x^2; & \text{(e)} (1 - x)^{-1}; & \text{(h)} \tan x; & \text{(k)} \frac{\sin x}{x}. \\
 \text{(c)} x^4; & \text{(f)} \sqrt{1 + x}; & \text{(i)} 2^x; &
 \end{array}$$

Задача 3. Раскладывая $\cos x$ в ряд Тейлора в окрестности $x = 0$ до членов порядка 4 включительно, вычислите примерное значение $\cos \pi/3$. Насколько оно отличается от реального значения?