

НИУ Высшая школа экономики
Факультет социологии

Дискретная математика
2012/2013 учебный год
(А. В. Михайлович, Д. А. Дагаев)

Задания к семинару №5
(срок выполнения — 9 апреля 2013 года)

Задача 1. Неориентированный граф $G = (V, E)$ задан множеством своих вершин $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$ и множеством своих ребер

$$E = \{(v_2, v_3), (v_2, v_4), (v_2, v_5), (v_3, v_4), (v_3, v_5), (v_4, v_5)\}.$$

1. Есть ли в графе G петли?
2. Есть ли в графе G кратные ребра?
3. Есть ли в графе G изолированные вершины (то есть такие, которые не инцидентны ни одному ребру)?
4. Является ли граф G простым?
5. Является ли граф G полным?
6. Найдите степени всех вершин графа G .
7. Изобразите граф G на плоскости.
8. Задайте граф G матрицей смежности.
9. Задайте граф G матрицей инцидентности.

Задача 2. Сколько ребер в графе, задаваемом матрицей смежности A ?

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Задача 3. Накануне 8 марта студенты одной из групп поздравляли девушек с праздником. Каждый из 12 юношей подарил по одной розе пяти из 15 своих одногруппниц, причем все девушки получили поровну цветов. Сколько цветов получила каждая из них?

Задача 4. Сколько ребер в графе с последовательностью степеней вершин $(1, 2, 2, 2, 3, 3, 3)$?

Задача 5. Найти кратчайший путь между вершинами v и v' .

Задача 6. Существует ли простой граф в котором 100 вершин, причем каждая из них имеет степень 3?

Задача 7*. В некоторой стране города соединены между собой дорогами так, что из любого города можно по дорогам добраться до любого другого (возможно, проезжая при этом через другие города). Известно, что из каждого города выходит ровно 2014 дорог. Террористы взорвали одну из дорог. Докажите, что и после этого можно из любого города добраться до любого.

