

**Факультет прикладной политологии, 2013-14 уч. год**  
**Математические модели политэкономии**  
**Функции общественного выбора, часть 2 (19 апреля 2014)**

*Д. А. Дагаев, К. И. Сонин, И. В. Щуров*

**Задача 1.** Дано множество альтернатив  $A = \{x, y\}$ . Предпочтения  $i$ -го агента,  $i = 1, 2, \dots, 6$ , задаются одним числом  $\alpha_i$  из множества  $\{-1, 0, 1\}$ ; число 1 соответствует тому, что агент строго предпочитает альтернативу  $x$  альтернативе  $y$ , число  $-1$  соответствует тому, что агент строго предпочитает альтернативу  $y$  альтернативе  $x$ , а число 0 соответствует тому, что для агента альтернативы  $x$  и  $y$  эквивалентны. Обозначим через  $N^1(\alpha_1, \dots, \alpha_6)$ ,  $N^0(\alpha_1, \dots, \alpha_6)$  и  $N^{-1}(\alpha_1, \dots, \alpha_6)$  число единиц, нулей и минус единиц соответственно в профиле предпочтений  $(\alpha_1, \dots, \alpha_6)$ . Рассмотрите следующую функцию общественного выбора:

$$F(\alpha_1, \dots, \alpha_6) = \begin{cases} 1, & \text{если } N^1(\alpha_1, \dots, \alpha_6) \geq 4; \\ 0, & \text{если } N^1(\alpha_1, \dots, \alpha_6) = 2 \text{ или } N^1(\alpha_1, \dots, \alpha_6) = 3; \\ -1 & \text{если } N^1(\alpha_1, \dots, \alpha_6) \leq 1. \end{cases}$$

Дайте содержательную интерпретацию этой функции. Удовлетворяет ли она свойствам анонимности, нейтральности к альтернативам и положительной отзывчивости?

**Задача 2.** Папа, Мама, Дядя Федор, Почтальон Печкин и Кот Матроскин решают, что пить на новый год: наполнять бокалы шампанским или наливать в стаканы коровье молоко. Договорились проголосовать: каждый должен одновременно и независимо от остальных отдать свой голос за шампанское, за молоко или воздержаться. Определение победившей альтернативы произойдет по таким правилам:

1) Если воздержалось более половины голосующих, то и в целом выбрать между шампанским и молоком не получается;

Если воздержалось менее половины голосующих, то:

2) Если ни Папа, ни Мама не воздерживались и их выбор совпадает, то все наливают то, что предпочитают родители;

3) Если ни Папа, ни Мама не воздерживались и их выбор не совпадает, то итог совпадает с голосом Дяди Федора;

4) Если Папа воздержался, то Мама, огорчившись Папиной нерешительности, обращается к Почтальону Печкину и обществом принимается его мнение, каким бы оно ни было;

5) Если Папа не воздерживался, а Мама воздержалась, то результат совпадает с выбором Папы за исключением случая, когда Дядя Федор, Почтальон Печкин и Кот Матроскин консолидированно голосуют за одну и ту же альтернативу — молоко или шампанское (тогда им троим удастся переубедить Папу);

6) Шампанское во всех остальных случаях.

Обладает ли функция общественного выбора, соответствующая описанной процедуре голосования, свойствами

- (а) анонимности?
- (б) нейтральности к альтернативам?
- (с) положительной отзывчивости?