

Факультет прикладной политологии, 2013-14 уч. год

Математические модели политэкономии

Многомерная модель Даунса и модель Барро — Фереджона (22 февраля 2014)

Д. А. Дагаев, К. И. Сонин, И. В. Щуров

Задача 1. В Кукумбрии проходит предвыборная кампания по избранию нового президента. Соперниками являются два кандидата: Бендер и Швондер. Двумя основными обсуждаемыми вопросами во время предвыборной кампании являются вопрос о ставке налога t и вопрос о доле бюджета, выделяемого на образование v , где $t \in [0, 1]$, $v \in [0, 1]$. Оба кандидата должны одновременно и независимо обозначить свою позицию по каждому из вопросов. Право голоса на выборах имеют 4 избирателя. Их идеальные точки на плоскости (t, v) : $(0, 0)$, $(0, 1)$, $(1, 0)$, $(1, 1)$. Каждый избиратель голосует за того кандидата, чья позиция ему ближе (в смысле стандартного евклидова расстояния на плоскости). Если избирателю одинаково близки позиции обоих кандидатов, то он отдает каждому из них $\frac{1}{2}$ голоса.

На выборах побеждает кандидат, набравший наибольшее число голосов. Если оба кандидата набирают по 2 голоса, то они разыгрывают пост президента в честной лотерее, в которой каждый может победить с вероятностью $\frac{1}{2}$. Кандидаты максимизируют вероятность своей победы на выборах.

- (а) Изобразите внутри квадрата $[0, 1] \times [0, 1]$
- i. множество всех стратегий Бендера, являющихся наилучшим ответом на стратегию Швондера $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$;
 - ii. множество всех стратегий Бендера, являющихся наилучшим ответом на стратегию Швондера $(0, \frac{1}{2})$;
 - iii. ядро
- (б) Существуют ли у игроков (строго, слабо) доминирующие стратегии? Если да, то перечислите их и докажите, что они являются доминирующими. Если нет, то объясните, почему.
- (с) Найдите все равновесия Нэша в этой игре (в чистых стратегиях).

Задача 2. Рассмотрим модификацию стандартной модели Барро-Фереджона, в которой избиратели разделены на несколько конкурирующих групп, каждая из которых предъявляет свои требования к политику. Пусть имеются $N = 3$ группы («агрегированных избирателя»). В начале игры каждый из избирателей выбирает свой «уровень благосостояния» \bar{u}_i , $i = 1, 2, 3$, при котором он готов проголосовать за политика. Затем эти уровни одновременно объявляются. Затем политик принимает решение о распределении единицы ресурса между собой и тремя избирателями. Наконец, происходит голосование. Политик переизбирается, если за него проголосовало хотя бы 2 избирателя. В случае переизбрания политик получает бонус δv , где δ — коэффициент дисконтирования.

- (а) Формализовать игру: описать множество игроков, множество стратегий каждого игрока и платежи.
- (б) Найти все равновесия Нэша в чистых стратегиях.

Задача 3. В предыдущей задаче политик мог различать различные группы избирателей и распределять ресурс между этими группами по своему усмотрению. Предположим теперь, что политик потерял возможность различать разные группы избирателей. Другими словами, политик не может дискриминировать группы и обязан распределять ресурс поровну

между всеми группами (но группы по-прежнему могут предъявлять разные требования!)
Для простоты будем считать, что число групп $N = 3$.

- (a) Как, по Вашему мнению, это изменение повлияет на уровень подотчетности политика по сравнению с моделью из предыдущей задачи?
- (b) Формализуйте игру (укажите множество игроков, множество их возможных стратегий, последовательность ходов в игре).
- (c) Приведите какое-нибудь равновесие в этой игре.
- (d) Существуют ли равновесия, в которых избиратели получают больше нуля?
- (e) Найдите все равновесия.
- (f) Ответьте снова на вопрос пункта 3а.