

Факультет прикладной политологии, 2013-14 уч. год

Математические модели политэкономии

Модели финансирования избирательной кампании и самовыдвижения кандидатов (8 февраля 2014)

Д. А. Дагаев, К. И. Сонин, И. В. Щуров

1 Финансирование избирательной кампании

Задача 1. На президентских выборах соперничают Аристарх Прокофьевич (A) и Венедикт Варфоломеевич (B). Аналитики считают, что исход борьбы решит то, сколько денег — C_A и C_B соответственно — смогут привлечь на свою избирательную кампанию оба кандидата. Аристарх Прокофьевич находился у власти предыдущие 10 лет, поэтому в его распоряжении оказался мощный административный ресурс. В связи с этим, чтобы Венедикту Варфоломеевичу гарантированно победить на выборах, ему надо потратить хотя бы на 0,2 млн. рублей больше, чем Аристарху Прокофьевичу. Во всех остальных случаях гарантированно побеждает Аристарх Прокофьевич. Стоимость привлечения 1 рубля на свою избирательную кампанию равна γ . Победитель получит за время своего президентства зарплату и бонусы в размере 1 млн. рублей. Полезность кандидата является математическим ожиданием выигрыша в президентской кампании минус все его расходы, связанные с избирательной кампанией.

- Запишите в явном виде функцию $\pi(C_A, C_B)$ — вероятность победы Аристарха Прокофьевича на выборах при объемах финансирования избирательных кампаний кандидатами в размере C_A и C_B соответственно.
- Если Аристарх Прокофьевич потратил на избирательную кампанию 1 млн., а Венедикт Варфоломеевич потратил C_B , то чему равна вероятность победы на выборах Венедикта Варфоломеевича?
- Пусть $\gamma = 1$. Найдите все равновесия Нэша.
- Пусть $\gamma = 10$. Найдите все равновесия Нэша.
- Найдите все γ , при которых нет ни одного равновесия Нэша.

2 Самовыдвижение кандидатов

В стране, имеющей форму отрезка, проживают n жителей в точках с координатами $1, 2, \dots, n$. Одним из главных вопросов, обсуждаемых в последнее время в этой стране, является вопрос о том, где строить стадион для грядущего чемпионата мира по футболу. Каждый житель хочет, чтобы стадион был построен как можно ближе к его дому. А именно, если жителю, проживающему в точке t , придется ездить на стадион в точку s , то этот житель будет получать неудовольствие от поездки в размере $-|s - t|$. Вопрос о том, где строить стадион, будет решаться новым президентом страны. Без стадиона каждый житель страны имеет статус-кво в размере $y < -n$.

Настало время предвыборной президентской кампании. Каждый житель должен решить, стоит ли ему баллотироваться на выборы. Для участия в выборах необходимо заплатить ЦИКУ госпошлину в размере δ . По оценке аналитиков, победивший на выборах кандидат получит за время своего правления зарплату и бонусы в размере V , где V — очень-очень большое число. Помимо этого, новый президент решит, где строить футбольную арену. Жители страны голосуют искренне за одного из кандидатов, выдвинувшихся

на выборы, исходя из своих предпочтений о месте строительства стадиона. Если одному из избирателей все равно, за какого из двух кандидатов голосовать, то будем считать, что он отдает каждому из двух кандидатов по полголосу¹. На выборах побеждает кандидат, набравший наибольшее число голосов. Если несколько кандидатов набирают одинаковое и максимальное число голосов, то каждый из них побеждает с равной вероятностью.

Задача 2. Для некоторых различных вариантов густонаселенности страны n рассмотрим отдельные профили стратегий игроков. Укажите, являются ли равновесием профили в которых:

- (a) $n = 6$ и на выборы решают пойти жители, проживающие в точках 2 и 5.
- (b) $n = 7$ и на выборы решают пойти жители, проживающие в точках 2 и 6.
- (c) $n = 7$ и на выборы решают пойти жители, проживающие в точках 1 и 7.
- (d) $n = 9$ и на выборы решают пойти жители, проживающие в точках 2 и 8.
- (e) $n = 15$ и на выборы решают пойти жители, проживающие в точках 2, 9 и 12.

Задача 3. Найти все равновесия Нэша при $n = 12$.

Задача 4. Пусть $n = 1024$. Сколько существует равновесий Нэша, в которых баллотируется на пост президента ровно 128 жителей?

¹Это эквивалентно тому, что в каждой точке живет семья из двух человек; если этой семье одинаково нравятся два кандидата, то за каждого из них проголосует по 1 человеку