

Факультет прикладной политологии, 2013-14 уч. год
Дополнительные главы алгебры и анализа: продолжение
Параметрическое задание кривых (16 января 2014)

И. В. Щуров, А. М. Изосимов

Некоторые задачи основаны на книге James Stewart, Calculus Early Transcendentals, 6e.

Задача 1. Нарисуйте кривые. Изобразите стрелкой направление движения по кривой, соответствующее росту параметра t .

- a) $x(t) = 1 - t, \quad y(t) = 2 + 2t$;
- b) $x(t) = 2t, \quad y(t) = 4 - 4t$;
- c) $x(t) = t, \quad y(t) = 8 - t^2/2, \quad 0 \leq t \leq 4$;
- d) $x = 2 + \sin t, \quad y = 3 + \cos t, \quad 0 \leq t \leq \pi$;
- e) $x(t) = \cos t, \quad y(t) = 3 \sin t, \quad 0 \leq t \leq 2\pi$;
- f) $x(t) = 5 \sin t, \quad y(t) = t^2, \quad -\pi \leq t \leq \pi$;
- g) (*) $x(t) = \sin 2t, \quad y(t) = \cos 3t, \quad 0 \leq t \leq 2\pi$;

Задача 2. Нарисуйте кривые, записав уравнение кривой в виде $y(x)$ или $x(y)$. Изобразите стрелкой направление движения, соответствующее росту параметра t .

- a) $x(t) = 1 - t, \quad y(t) = 2 + 2t, \quad 0 \leq t \leq 3$;
- b) $x(t) = 1 + 3t, \quad y(t) = 2 - t^2$;
- c) (*) $x(t) = t^2 - 2, \quad y(t) = 5 - 2t, \quad -3 \leq t \leq 4$.

Задача 3. Нарисуйте кривые, записав уравнение кривой в виде $f(x, y) = 0$. Изобразите стрелкой направление движения по кривой, соответствующее росту параметра t .

- a) $x(t) = 1 + \sin t, \quad y(t) = \cos t - 1$;
- b) $x(t) = 1 + 2 \sin t, \quad y(t) = 2 \cos t, \quad -\pi/3 \leq t \leq \pi/3$.

Задача 4. Запишите параметрическое уравнение касательной к кривой в точке, соответствующей данному значению параметра t .

- a) $x(t) = t^4 + 1, \quad y(t) = t^3 + t, \quad t = -1$;
- b) $x(t) = t - t^{-1}, \quad y(t) = 1 + t^2, \quad t = 1$;
- c) $x(t) = \cos t + \sin 2t, \quad y(t) = \sin t + \cos 2t, \quad t = 0$.

Задача 5. Запишите параметрическое уравнение касательной к кривой в данной точке.

- a) $x(t) = 6 \sin t, \quad y(t) = t^2 + t, \quad (0, 0)$;
- b) $x(t) = \cos t + \cos 2t, \quad y(t) = \sin t + \sin 2t, \quad (-1, 1)$;
- c) $x(t) = \cos t, \quad y(t) = \sin 2t, \quad (0, 0)$.

Задача 6. Найдите точку самопересечения кривой

$$x(t) = \cos t + 2 \cos 2t, \quad y(t) = \sin t + 2 \sin 2t$$

и касательные к кривой в этой точке.

Задача 7. Найдите точки на кривой, в которых касательная горизонтальна или вертикальна. Нарисуйте кривую.

- a) $x(t) = 10 - t^2, \quad y(t) = t^3 - 12t$;
- b) $x(t) = 2 \cos t, \quad y(t) = \sin 2t$;
- c) $x(t) = \cos 3t, \quad y(t) = 2 \sin t$.