Факультет прикладной политологии, 2013-14 уч. год
Дополнительные главы алгебры и анализа: продолжение
Замена переменной в интеграле (13 сентября 2013)

И. В. Щуров, А. М. Изосимов

Задача 1. Найти следующие интегралы двумя способами: 1. Угадать первообразную для подынтегральной функции и применить правило Ньютона—Лейбница. 2. Сделать замену переменной, нарисовать соответствующие графики и показать, как изменяются площади.

(a) $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos x\, dx$;

(b) $\int_2^8 \sqrt{2x}\, dx$;

(c) $\int_0^1 e^{-x}\, dx$;

(d) $\int_0^1 \frac{dx}{x+1}$;

(e) $\int_0^2 (x-1)^{25}\, dx$;

(f) $\int_0^7 \sqrt{4+3x}\, dx$;

(g) $\int_0^\pi \sin(2x+1) dx$;

(h) $\int_2^5 (2x-4)^{10}\, dx$;

(i) $\int_0^{\ln 5} e^{2x-1}\, dx$;

(j) $\int_0^\pi \sin\frac{x}{2}\, dx$.

Задача 2. Делая подходящую замену переменной и преобразовывая подыинтегральное выражение, найти неопределенные интегралы.

(a) $\int x\sin x^2\, dx$;

(b) $\int x^2(x^3+5)^9\, dx$;

(c) $\int \frac{x}{x^2+1} dx$;

(d) $\int \frac{e^x}{e^x+1} dx$;

(e) $\int \frac{\sin x}{1+\cos^2 x} dx$.

Задача 3. Делая подходящую замену переменных, вычислить интегралы.

(a) $\int_0^1 x^2(1+2x^3)^5\, dx$;

(b) $\int_0^{\sqrt{\pi}} x\cos x^2\, dx$;

(c) $\int_1^2 \frac{e^{1/x}}{x^2} dx$;

(d) $\int_0^1 xe^{-x^2} dx$.