

Факультет прикладной политологии, 2013-14 уч. год**Доп. главы алгебры и анализа****Производная сложной функции (4 апреля 2014)**

И. А. Хованская, К. И. Сонин (РЭШ), И. В. Щуров, Я. Н. Шитов, Д. А. Филимонов, А. М. Изосимов

Некоторые задачи основаны на книге James Stewart, Calculus Early Transcendentals, 6e

Задача 1. Представьте функцию в виде $y = f(g(x))$ (т.е. укажите функции $z = g(x)$ и $y = f(z)$), затем найдите производную с помощью правила дифференцирования сложной функции.

- (a) $y = (x + 1)^{2014}$; (d) $y = \sqrt{x \sin x}$; (g) $y = e^{\sqrt{x}}$;
 (b) $y = \left(\frac{x+1}{x-1}\right)^{2014}$; (e) $y = (x^4 + 3x^2 - 2)^5$; (h) $y = \arcsin(\sin x)$;
 (c) $y = \sqrt{4 + 3x}$; (f) $y = 10^x$; (i) $y = \ln x^2$.

Задача 2. Вычислите производные следующих функций.

- (a) $y = x \ln x - x$; (d) $y = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$;
 (b) $y = \sin^2 x + \cos^2 x$; (e) $y = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a}$;
 (c) $y = -\ln \cos x$; (f) $y = \frac{1}{2a} \ln \frac{x-a}{x+a}$.

Задача 3. Зависимость атмосферного давления от высоты можно записать следующей формулой:

$$p(h) = Ce^{-h\alpha},$$

где $p(h)$ — давление на высоте h , параметры α и C — некоторые положительные константы, считающиеся известными.

Пусть атмосферный зонд движется вертикально таким образом, что его высота в момент времени t равняется $h(t) = t - t^2$. В ходе своего движения он постоянно замеряет атмосферное давление в той точке, в которой находится.

Найти скорость изменения показаний атмосферного давления, фиксируемых зондом, в момент времени t .

Задача 4. При выполнении некоторых условий, можно считать, что распространение слухов подчиняется следующему закону:

$$p(t) = \frac{1}{1 + ae^{-kt}},$$

где $p(t)$ — доля людей, знакомых со слухом в момент времени t , константы a и k положительны.

- (a) Найти $\lim_{t \rightarrow \infty} p(t)$. Пояснить, что означает полученный ответ.
 (b) Найти скорость распространения слуха.

Задача 5. Напишите уравнение касательной к графику функции $y = \frac{2}{1 + e^{-x}}$ в точке $(0; 1)$.