

Факультет прикладной политологии, 2013-14 уч. год

Доп. главы алгебры и анализа

Логарифмы и построение графиков (7 февраля 2014)

И. А. Хованская, К. И. Сонин (РЭШ), И. В. Щуров, Я. Н. Шитов, Д. А. Филимонов, А. М. Изосимов

Некоторые задачи основаны на книге James Stewart, *Calculus Early Transcendentals*, 6е. Листок основан на материалах курса «Математический анализ и линейная алгебра» (в число авторов входят также П. Ф. Соломатин и Ю. Г. Кудряшов).

Задача 1. Построить графики функций (каждый пункт — на своём рисунке):

- | | |
|---|---|
| (a) $y = 2^x$ и $y = \log_2 x$; | (e) $y = 2^{x+1}$ и $y = \log_2 x - \log_2 2$; |
| (b) $y = 3^x$ и $y = \log_3 x$; | (f) $y = 4 \cdot 2^x$ и $y = \log_2(x/4)$; |
| (c) $y = (1/2)^x$ и $y = \log_{1/2} x$; | (g) $y = 2^{x+2}$ и $y = \log_2 x - \log_2 4$; |
| (d) $y = 2 \cdot 2^x$ и $y = \log_2(x/2)$; | (h) $y = 1/2^x$ и $y = -\log_2 x$. |

Задача 2. Проверьте следующие свойства логарифма. Укажите ограничения на параметры, при которых эти равенства имеют смысл:

- | | |
|--|---|
| (a) $\log_a(1) = 0, \log_a(a) = 1$ | (d) $\log_{a^x}(b) = (1/x) \cdot \log_a(b)$ |
| (b) $\log_a(bc) = \log_a(b) + \log_a(c)$ | (e) $\log_a(1/b) = -\log_a(b)$ |
| (c) $\log_a(b^x) = x \log_a(b)$ | (f) $\log_a(b) = \log_c(b)/\log_c(a)$ |

Задача 3. Найти значение выражения или упростить выражение:

- (a) $\log_5(25), \log_5(\sqrt{5}), \log_3(81), \log_9(3), \log_5(1/125), \log_{10}(1000)$
 (b) $\log_3(x) = 2$, чему равен x ? А если $\log_3(x) = -1$?
 (c) $\log_{2x} 8 = 3$, чему равен x ? А если $\log_{x+1}(1/25) = -2$?
 (d) $\log_2(6) \log_6(1/8) - \log_2(17) \log_{17}(4) = ?$

Задача 4. Постройте график функции.

- | | | |
|------------------------|--------------------------|------------------------|
| (a) $\sin(x + \pi)$; | (c) $\cos(-x)$; | (e) $\arctg(2x - 1)$; |
| (b) $\sin(x + 2\pi)$; | (d) $\arcsin(x + \pi)$; | (f) $\sin x \cos x$; |