

Совместный бакалавриат ВШЭ–РЭШ, 2013/14 уч. год

Дифференциальные уравнения

Семинар 9. Повторение — мать учения (21.03.2014)

И. А. Хованская, И. В. Щуров, П. Ф. Соломатин, А. Петрин, Н. Солодовников

**Задача 1.** Решите следующие уравнения:

(a)  $y' - y = 2x - 3$ ;

(b)  $y' = \cos(y - x)$ ;

(c)  $y' = \operatorname{tg}(y - 2x)$ ;

**Задача 2.** Футбольный мяч весом 0,4 кг подкинули вверх с начальной скоростью 20 метров в секунду. Сопротивление воздуха пропорционально квадрату скорости и равно 0,48 грамм при скорости 1 метр в секунду. За какое время мяч поднимется на верх и на какую высоту?

**Задача 3.** Решите следующие уравнения:

(a)  $(x + 2y)dx - xdy$ ;

(c)  $(y^2 - 2xy)dx + x^2dy = 0$ ;

(b)  $(x - y)dx + (x + y)dy = 0$ ;

(d)  $2xydx + (x^2 - y^2)dy = 0$ ;

**Задача 4.** Найти фазовые кривые.

(a)  $\dot{x} = x^2, \quad \dot{y} = y(x + y)$ ;

(b)  $\dot{x} = y^2 + 2y + 1, \quad \dot{y} = x^2 - 1$ ;

(c)  $\dot{x} = 2y \cos^2 x, \quad \dot{y} = 1 + y^2 \sin 2x$ ;

(d)  $\dot{x} = -y + 2x, \quad \dot{y} = x + 2y$ ;

**Задача 5.** Найти два независимых первых интеграла вблизи точки  $(1, 1, 0)$  для следующих систем:

(a)  $\dot{x} = y, \quad \dot{y} = z, \quad \dot{z} = 0$ ;

(b)  $\dot{x} = z, \quad \dot{y} = y, \quad \dot{z} = -x$ ;

## Список литературы

- [1] Арнольд В. И. Обыкновенные дифференциальные уравнения. — Ижевск: Ижевская республиканская типография, 2000. — 368 с.
- [2] Филиппов А. Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. — Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2000.