

Отделение лингвистики, 2013-14 уч. год

Теория вероятностей

Дискретные случайные величины: биномиальное распределение (9 октября 2013)

И. В. Щуров, Д. А. Филимонов

Задача 1. Случайные величины X и Y распределены как указано в таблице.

X	2	4
p	0.4	0.6
Y	3	1
p	0.1	0.9

Пусть дополнительно известно, что события $\{X = 2\}$ и $\{Y = 3\}$ являются независимыми. Рассмотрим случайную величину $Z = XY$.

- Найти математические ожидания EX и EY ;
- Найти дисперсии DX и DY .
- Найти ряд распределения случайной величины Z . (Подсказка: воспользоваться теоремой о произведении вероятностей независимых событий.)
- Найти дисперсию DZ .
- Найти математическое ожидание EZ и сравнить его с произведением математических ожиданий EX и EY .
- Пользуясь формулой $DX = E(X^2) - (EX)^2$, объяснить, почему в данной задаче выполняется равенство $D(X + Y) = DX + DY$.
- Привести пример случайных величин, для которых такое равенство не выполняется.

Задача 2. Монетку подкинули n раз. Случайная величина X — число выпавших орлов.

- Найти ряд распределения X для $n = 4$, $n = 5$, $n = 6$;
- Найти общую формулу для распределения X при произвольном n . Иными словами, для фиксированного произвольного n для каждого k найти вероятность $P(\{X = k\})$.
- Построить график распределения случайной величины X для $n = 2$, $n = 3$, $n = 4$, $n = 5$.
- Найти EX для $n = 3$, $n = 4$, $n = 5$, произвольного n .
- Найти DX для произвольного n .

Задача 3. Решить предыдущую задачу при условии, что монетка имеет смещённый центр тяжести и выпадает орлом вверх с вероятностью $p \in (0, 1)$.