

Отделение лингвистики, 2013-14 уч. год

Дискретная математика

Конечные автоматы и регулярные выражения (14 мая 2014)

Ю. Г. Кудряшов, И. В. Щуров, К. Г. Куюмжиян, Р. Я. Будылин

**Задача 1.** Пусть  $L_1$  и  $L_2$  — некоторые автоматные языки.

Доказать, что язык  $L_1 \cap L_2$  (то есть язык, состоящий из слов, которые одновременно входят в  $L_1$  и  $L_2$ ) является автоматным.

**Определение 1.** Пусть  $L$  — некоторый язык. Обозначим через  $L^*$  язык, который получается следующим образом<sup>1</sup>: всякое слово из  $L^*$  является повторением какого-то слова из  $L$ . Повторять можно сколько угодно раз, в том числе 0 (в этом случае получается пустое слово).

**Задача 2.** Найти конечный автомат (детерминированный или недетерминированный), порождающий язык  $L^*$ , если

- (a)  $L = \{a\}$ ;
- (b)  $L = \{ab\}$ ;
- (c)  $L = \{aba\}$ ;
- (d)  $L = \{ab, cd\}$ ;
- (e)  $L = \{ab, ac\}$ ;
- (f)  $L = \{aba, abb, aab\}$ ;
- (g)  $L = \{b, ab, aab\}$ ;

**Задача 3.** (\*) Доказать, что если  $L$  — автоматный язык, то  $L^*$  — тоже автоматный.

**Определение 2.** Пусть  $L_1$  и  $L_2$  — какие-то языки. Обозначим через  $L_1L_2$  язык, все слова которого получены следующим образом: взяли слово из языка  $L_1$  и приписали к нему какое-то слово из языка  $L_2$ .

**Задача 4.** Найти конечный автомат (детерминированный или недетерминированный), порождающий язык  $L_1L_2$ , если

- (a)  $L_1 = \{a\}, L_2 = \{b\}$ ;
- (b)  $L_1 = \{ab\}, L_2 = \{cd, ef\}$ ;
- (c)  $L_1 = \{ab, cd\}, L_2 = \{e, f\}$ ;
- (d)  $L_1 = \{a, aa\}, L_2 = \{b, ab\}$ ;
- (e)  $L_1 = \{ab\}^*, L_2 = \{ad, cd\}$ ;

**Задача 5.** (\*) Доказать, что если  $L_1$  и  $L_2$  — автоматные языки, то  $L_1L_2$  — тоже автоматный.

<sup>1</sup>Чуть позже аналогичным символом мы будем обозначать язык, который получается выписыванием *каких-то* слов из  $L$ , не обязательно повторением одного и того же, но для простоты рассмотрим пока случай, когда выписывать можно только одно и то же слово.