

Отделение лингвистики, 2013-14 уч. год

Дискретная математика

Математическая логика 3 (7 марта 2014)

Ю. Г. Кудряшов, И. В. Щуров, К. Г. Куюмжиян, Р. Я. Будылин

Задача 1. Рассмотрим неориентированный граф $G = (V, E)$. Рассмотрим следующие предикаты:

- $P(x, y)$, проверяющий, что вершина x соединена ребром с вершиной y .
- $Q(x, u)$, проверяющий, что ребро u инцидентно вершине x (входит в вершину).
- $R(u, v)$, проверяющий, что ребра u и v инцидентны одной и той же вершине.

Сформулировать следующие высказывания в кванторах с помощью указанных предикатов. Сформулировать отрицания к ним.

- (a) Граф G полный.
- (b) В графе G из любой вершины можно попасть в любую другую вершину, сделав не более чем два шага по рёбрам.
- (c) У графа G нет петель.
- (d) У графа G есть изолированные вершины (вершины, не соединённые ни с какой другой).
- (e) Каждое ребро выходит ровно из двух вершин.

Задача 2. Что означают высказывания (в условиях предыдущей задачи):

- (a) $\forall x \forall y P(x, y) \Rightarrow P(y, x)$;
- (b) $\forall x \exists u Q(x, u)$;
- (c) $\exists x \forall u Q(x, u)$;
- (d) $\exists x \forall y P(x, y)$;

Задача 3. Сформулировать к кванторам утверждения. Записать отрицания к ним.

- (a) Последовательность a_n является возрастающей.
- (b) Последовательность a_n является убывающей.
- (c) Последовательность a_n является невозрастающей.
- (d) Последовательность a_n является неубывающей.