

Отделение лингвистики, 2013-14 уч. год

Дискретная математика

Математическая логика (21 февраля 2014)

Ю. Г. Кудряшов, И. В. Щуров, К. Г. Куюмжиян, Р. Я. Будылин

Задача 1. Рассмотрим двуместный предикат $F(x, y)$ на множестве людей, проверяющий, считает ли человек x человека y своим другом. Что означают следующие высказывания:

- | | |
|---|-------------------------------------|
| (a) $\forall x \forall y F(x, y) \Rightarrow F(y, x)$; | (e) $\exists y \forall x F(y, x)$. |
| (b) $\forall x \exists y F(x, y)$; | (f) $\forall y \exists x F(x, y)$; |
| (c) $\exists y \forall x F(x, y)$; | (g) $\exists x \forall y F(y, x)$; |
| (d) $\forall x \exists y F(y, x)$; | |

Задача 2. Запишите в кванторах следующие утверждения, таким образом, чтобы отрицание не стояло перед квантором.

- Нет людей, которых бы Вася Пупкин считал своими друзьями.
- Нет людей, которые бы считали Васю Пупкина своим другом.
- Нет такого человека, который бы считал своими друзьями всех людей.
- Нет такого человека, которого бы все считали своим другом.
- Нет такого человека, который бы не считал ни одного человека своим другом.

Задача 3. Рассмотрим предикат $D(m, n)$, проверяющий, является ли число m делителем числа n . Что означают следующие высказывания? Какие из них являются истинными?

- | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|
| (a) $\forall m \exists n D(m, n)$; | (d) $\exists n \forall m D(n, m)$. |
| (b) $\exists n \forall m D(m, n)$; | (e) $\forall n \exists m D(m, n)$; |
| (c) $\forall m \exists n D(n, m)$; | (f) $\exists m \forall n D(n, m)$; |

Определение 1. Последовательность $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ называется *ограниченной сверху*, если существует такое число C , что все элементы последовательности меньше C .

Определение 2. Последовательность $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ называется *ограниченной снизу*, если существует такое число C , что все элементы последовательности больше C .

Определение 3. Последовательность $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ называется *ограниченной*, если существует такое число C , что все элементы последовательности меньше C по модулю.

Задача 4. Запишите эти определения в кванторах.

Задача 5. Запишите в кванторах утверждение: «последовательность a_n не является

- ограниченной сверху;
- ограниченной снизу;
- ограниченной;
- возрастающей;
- убывающей.»

Задача 6. Какие из следующих утверждений истинны?

- $\forall x \in \mathbb{R} \exists y \in \mathbb{R} x < y$;
- Существует число, которое меньше всех других чисел;
- Если $\forall x \exists y P(x, y)$, то $\exists y \forall x P(x, y)$;
- Если $\exists y \forall x P(x, y)$, то $\forall x \exists y P(x, y)$.