

Отделение лингвистики, 2013-14 уч. год

Дискретная математика

Математическая логика (11 февраля 2014)

Ю. Г. Кудряшов, И. В. Щуров, К. Г. Куюмжиян, Р. Я. Будылин

Задача 1. Напишите каким-нибудь образом отрицания к следующим утверждениям.

- (a) Сегодня хорошая погода.
- (b) $\sqrt{\pi^4 + 1} > 10$.
- (c) Если завтра будет хорошая погода, то я пойду гулять в парк.

Задача 2. В чашке, стакане, кувшине и банке находятся молоко, лимонад, квас и вода. Известно, что вода и молоко не в чашке; сосуд с лимонадом стоит между кувшином и сосудом с квасом; в банке не лимонад и не вода; стакан стоит около банки и сосуда с молоком. В какой сосуд налита каждая из жидкостей?

Задача 3. В Стране Чудес проводилось следствие по делу об украденном бульоне. На суде Мартовский Заяц заявил, что бульон украл Болванщик. Соня и Болванщик тоже дали показания, но что они сказали, никто не запомнил, а запись смыло алисиными слезами. В ходе судебного заседания выяснилось, что бульон украл лишь один из подсудимых и что только он дал правдивые показания. Так кто украл бульон?

Задача 4. Составьте таблицы истинности для следующих формул.

- (a) $\overline{A} \vee B$;
- (b) $A \vee \overline{A}$;
- (c) $A \wedge \overline{A}$;
- (d) $(A \vee B) \wedge \overline{A \wedge B}$;
- (e) $A \Rightarrow B$;
- (f) $(A \wedge \overline{B}) \vee (\overline{A} \wedge B)$.

Задача 5 (необязательная). Докажите, что для любой логической формулы найдётся равная ей формула, в записи которой (a) используются только операции \wedge , \vee и отрицание; (b) используется только *стрелка Пирса* $A \downarrow B = \overline{A \wedge B}$.

Задача 6. Предикат M на множестве людей проверяет, является ли его аргумент мужчиной. Предикат $P(x, y)$ проверяет, является ли x родителем y . Переведите следующие высказывания и предикаты с языка кванторов на русский.

- (a) $\exists z P(x, z) \wedge P(z, y)$;
- (b) $\forall x \exists y P(x, y)$;
- (c) $\forall x \exists y P(y, x)$;
- (d) $\forall y \exists x \exists z P(x, y) \wedge P(z, y) \wedge M(x) \wedge \overline{M(z)}$;
- (e) $\exists x \exists y P(x, z) \wedge M(x) \wedge P(y, z) \wedge \overline{M(y)} \wedge P(x, t) \wedge P(y, t) \wedge z \neq t$;
- (f) $\exists x P(x, z) \wedge M(x) \wedge P(x, t) \wedge z \neq t$;

Задача 7. Запишите следующие предикаты и высказывания на языке кванторов.

- (a) x и y — единоутробные братья;
- (b) x — дед y по материнской линии;